MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. CHRISTIANE HELZEL
DAVID KERKMANN
MARINA FISCHER
LEONARDO SCANDURRA
FELIX LIEDER
ANDREAS TROLL

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

24. MAI 2018

Numerik I – 1. Quicky

Pseudonym: ____________________

[wahr | falsch]

1. 1.a. Ein stabiler Algorithmus berechnet die Lösung eines Problems in Rahmen der Maschinengenauigkeit. [|]

   1.b. Die Multiplikation ist gut konditioniert. [|]

   1.c. Sei $f(x) = x^2 + px + q$ mit $q \neq 0$ und $\frac{p^2}{4} < q$. Die Berechnung der Nullstellen $x_{1,2}$ von f mithilfe der pq-Formel ist schlecht konditioniert, wenn $x_1 \approx x_2$. [|]

2. Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Das Polynom $p_n \in \mathbb{P}_n$ interpoliere die Daten $(x_i, f(x_i)),\ i = 0, \ldots, n$, für die Knoten $a \leq x_0 < \ldots < x_n \leq b$.

   2.a. Das Interpolationspolynom p_n existiert und ist eindeutig. [|]

   2.b. Es gilt $p_n \equiv f$, wenn f ein Polynom vom Grad n ist. [|]

   2.c. Es gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \|f - p_n\|_{\infty,[a,b]} = 0$, wenn $x_0, \ldots, x_n$ die Tschebyscheff-Knoten sind. [|]

   2.d. Es gilt $\lim\limits_{n\to\infty} \|f - p_n\|_{\infty,[a,b]} = 0$, wenn f glatt ist. [|]

   2.e. Interpolation mit äquidistanten Knoten x_i liefert üblicherweise kleinere Fehler als die Interpolation mit Tschebyscheff-Knoten. [|]

   2.f. Die Tschebyscheff-Polynome $T_j(x),\ j = 0, \ldots, n$ auf dem Intervall $[-1, 1]$ sind orthogonal bezüglich des Skalarprodukts $(f, g) = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$. [|]

   2.g. Das Hermite-Interpolationspolynom zu vorgegebenen Werten $f(x_i)$ und Ableitungen $f'(x_i)$ ist eindeutig bestimmt. [|]

3. Seien $f \in C^4([a, b], \mathbb{R})$, $X : a = x_0 < \cdots < x_n = b$ eine Zerlegung von $[a, b]$ und $s \in S_3(X)$ ein Spline mit $s(x_i) = f(x_i)$ für $i = 0, \ldots, n$.

   3.a. Es gibt genau ein derartiges s mit $s'(x_0) = s'(x_n) = 0$. [|]

   3.b. Es gibt genau ein derartiges s mit $s''(x_0) = s''(x_n)$. [|]

   3.c. Es gelte $s''(x_i) = f''(x_i) = 0$ für $i = 0$ und $i = n$. Dann folgt

   $$\|f - s\|_{\infty,[a,b]} \leq h^4 \|f^{(4)}\|_{\infty,[a,b]}$$

   für $h = \max_{i=1,\ldots,n} x_i - x_{i-1}$. [|]

Das Tempo der Vorlesung ist zu schnell □, okay □, zu langsam □.
Die Übungsaufgaben sind zu einfach □, gerade richtig □, zu schwierig □.