Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
MELINDA HAGEDORN

24.10.2024

Computergestützte Mathematik zur linearen Algebra – 3. Übungsblatt

Aufgabe 9: (*Zeichenkette in Liste umwandeln*)

Schreiben Sie eine iterative Funktion `string2ones_it`, die eine Zeichenkette bestehend aus `+` und `-` umwandelt in eine Liste mit den entsprechenden Einträgen `+1` und `-1`. Geben Sie eine sinnvolle Fehlermeldung heraus, wenn die Zeichenkette einen anderen Eintrag als diese beiden Zeichen enthält.

Testen Sie Ihre Funktion am Beispiel `"++--+"`, das Ihnen die Liste `[1,1,-1,-1,1]` zurückgeben sollte.

Aufgabe 10: (*Größter gemeinsamer Teiler*)

Für zwei Zahlen a, $b \in \mathbb{Z}$ ist der größte gemeinsame Teiler (ggT) die größte natürliche Zahl N, die a und b ohne Rest teilt. Implementieren Sie zur Bestimmung des ggT von $a, b \in \mathbb{N}$...

(a) ... eine iterative Variante `ggt_it`(a, b):
Hierbei werden in der Funktion `ggt_it`(a, b) die drei Schritte

h = `Divisionsrest von` a/b
a = b
b = h

ausgeführt, solange $b \neq 0$ gilt. Sobald $b = 0$ erreicht ist, setzen wir $N = a$ und haben den ggT gefunden.

Zusatzfrage: Wie lässt sich die iterative Variante implementieren ohne die Hilfsvariable h zu verwenden?

(b) ... eine rekursive Variante `ggt_rek(`a`,`b`)`:
Falls $b = 0$ gilt, nimmt N den Wert a an. Andernfalls rufen wir die Funktion `ggt_rek` mit den Eingabeargumenten b und h erneut auf, wobei h der Divisionsrest von a/b ist, und speichern die Auswertung in der Variable N. Ist die Rekursion beendet, gibt N den ggT an.

(c) Testen Sie Ihre Funktionen mit den Zahlenpaaren (2469134, 8641969), (-345, 15), (7892389, -3).

Aufgabe 11: (*Babylonische Wurzelziehen*)

Die Heron-Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$x_n = \frac{1}{2}\left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}}\right)$$

konvergiert für jeden Startwert $x_0 > 0$ gegen $\sqrt{a}$. Für $n \geq 1$ gilt die Abschätzung $\frac{a}{x_n} \leq \sqrt{a} \leq x_n$. Schreiben Sie eine Funktion, die für gegebenes $a \in \mathbb{N}$, Startwert $x_0 > 0$ und Toleranz $tol > 0$ solange Folgen-Glieder der Heron-Folge berechnet, bis

$$\left| x_n - \frac{a}{x_n} \right| \leq tol$$

ist. Ausgegeben werden soll x_n als Approximation an $\sqrt{a}$ und die Anzahl an Iterationen, die dafür benötigt wurden. Defaultmäßig soll Ihre Funktion den Startwert 1 und die Toleranz 10^{-8} verwenden.

b.w.

Aufgabe 12: (*Zahlenfolgen generieren*)

(a) Erzeugen Sie mithilfe von Schleifen die Zahlenfolgen:

(i) $0, 1, 2, 3, \ldots, 20$,

(ii) $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots, \sqrt{20}$,

(iii) $10, 8, 6, \ldots, -8, -10$,

(iv) $0, 1, 4, 9, \ldots, n_1$,

(v) $1, 2, 4, 8, \ldots, n_2$,

(vi) $0, 1, 3, 6, 10, 15, \ldots, n_3$,

(vii) $1, 8, 27, 64, \ldots, n_4$,

wobei $n_i < 100$ seien. Falls nicht bereits geschehen, erzeugen Sie obige Zahlenfolgen mittels *list comprehension* soweit möglich.

(b) Erstellen Sie mittels *dictionary comprehension* ein dictionary, das den invertierbaren Elementen des Primkörpers $\mathbb{F}_{17}$ jeweils sein modulares Inverses zuweist.

Besprechung in den Übungen vom 28.10.2024 bis 01.11.2024.