

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 5. Übungsblatt

Aufgabe 17:

Sympy Plots

- (a) Gegeben seien die drei Funktionen $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f := x \mapsto \frac{2 - \frac{x^3}{2}}{x^2 + 1}, \quad g := x \mapsto |\sin(x)|, \quad h := x \mapsto -\sqrt[4]{x}.$$

Setzen Sie $u := f \circ g \circ h$, $v := g \circ h \circ f$ und $w := h \circ f \circ g$ (\circ bezeichnet die Hintereinanderausführung). Zeichnen Sie die Graphen von u , v und w in einem Bild. Wählen Sie den Definitions- und Wertebereich so, dass das Bild möglichst aussagekräftig wird. Verwenden Sie außerdem verschiedene Farben und fügen Sie eine Legende mit geeigneten Labels hinzu.

- (b) Gegeben sei das Polynom

$$g(x, y) = (x^2 + y^2)^2 + 3x^2y - y^3.$$

Zeichnen Sie seine Nullstellenmenge in der xy -Ebene.

Hinweis: Verwenden Sie ähnlich wie `.line_color` das Attribut `.label`, um die Labels für die Legende der Linie anzugeben. Mit `.ylim = (ymin,ymax)` können Sie außerdem den Wertebereich des Plots einschränken.

Aufgabe 18:

- (a) Zeichnen Sie die Spirale aus Abb. 1 und bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve näherungsweise, indem Sie die Kurve durch einen Polygonzug ersetzen. Können Sie die Bogenlänge der Kurve auch exakt angeben?
- (b) Zeichnen Sie nun die Spirale aus Abb. 2 und bestimmen Sie auch hier die Länge der Kurve näherungsweise. Können Sie die exakte Bogenlänge hier ebenfalls angeben?

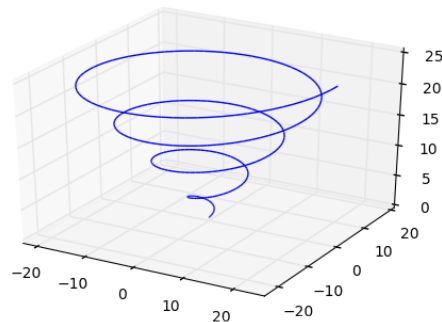
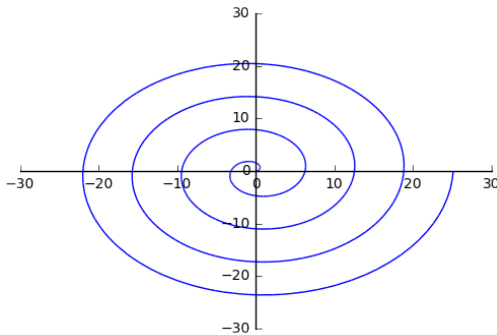


Abbildung 1: Spirale in der Ebene. Parametrisierung: $x \mapsto (x \cos(x), x \sin(x))$ Abbildung 2: Spirale im Raum. Parametrisierung: $x \mapsto (x \cos(x), x \sin(x), x)$

Hinweis: Sollten Sie die Formel für die Bogenlänge einer parameterisierten Kurve nicht kennen, informieren Sie sich unter <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-658-19411-6.pdf> (§4 Satz 1).

b.w.

Aufgabe 19:

Für $n \in \mathbb{N}_0$ und $i \in \{0, \dots, n\}$ heißt das reelle Polynome

$$B_{i,n}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (1)$$

das i -te Bernsteinpolynom vom Grad n . Für eine Funktion $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ wird durch

$$B_n(f)(x) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(x) \cdot f\left(\frac{i}{n}\right)$$

das ein Polynom $B_n(f)$ vom Grad n , das n -te Bernsteinpolynom der Funktion f , definiert.

- (a) Zeichnen Sie für $i = 0, \dots, 5$ jeweils das i -ten Bernsteinpolynome $B_{i,5}$ vom Grad 5 für $x \in [0, 1]$.
- (b) Schreiben Sie eine Python Funktion `bernsteinf(f, n, plotflag = False)`, die das n -te Bernsteinpolynom der Funktion f berechnet und zurückgibt. n ist hierbei eine natürliche Zahl und f eine Funktion, genauer ein lambdaifizierter sympy Ausdruck ist.

Falls `plotflag` auf `True` gesetzt wird, sollen zusätzlich die übergebene Funktion und das Bernsteinpolynom der Funktion f in einem Plot dargestellt werden. Stellen Sie den Graphen der Funktion als rote gestrichelte Linie und das Bernsteinpolynom als durchgezogene blaue Linie dar. Fügen Sie außerdem eine Legende mit geeigneten Labels hinzu.

- (c) Testen Sie ihre Funktion für die Funktionen $x \mapsto \sin(2\pi x)$ und $x \mapsto |x - \frac{1}{2}|$.

Aufgabe 20:

Schreiben Sie Codeschnipsel, welche folgende Fehlermeldungen erzeugen:

- (a) `NameError: name 'a' is not defined`
- (b) `TypeError: 'Symbol' object is not callable`
- (c) `TypeError: 'int' object is not subscriptable`
- (d) `IndentationError: expected an indented block`
- (e) `SyntaxError: invalid syntax`
- (f) `IndexError: list index out of range`
- (g) `TypeError: funktion1() takes 1 positional argument but 2 were given`
- (h) `TypeError: funktion2() missing 1 required positional argument: 'var2'`
- (i)

```
----> 3 plt.plot(x,fx)
...
...
ValueError: x and y must have same first dimension, but have shapes (5,) and (4,)
```
- (j)

```
----> 2 f=Lambda(x,5*x)
...
...
BadSignatureError: Lambda signature should be only tuples and symbols, not 1
```

Hinweis: Bei allen Teilaufgaben wurde der Anfang der Fehlermeldung weggelassen. Bei (i) und (j) sind jedoch zusätzlich die Zeilen in der der Fehler aufgetreten ist zu sehen.

Besprechung in den Übungen vom 16.-19. November 2021.