Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Mathematisches Institut
Prof. Dr. Achim Schädle
Dr. Christoph Matern

28.10.2021

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 3. Übungsblatt

Aufgabe 9:

Bestimmen Sie das (eindeutig bestimmte) $n \in \mathbb{N}_0$, für das

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\cos(\pi x) + 1)\tan(\pi x))}{(x-1)^n}$$

einen von 0 verschiedenen endlichen Wert besitzt.

Hinweis: Man muss nur wenige n ausprobieren. Das geht von Hand. Sie dürfen aber auch die Kontrollstrukturen nutzen.

Aufgabe 10:

Bestimmen Sie die Werte der

(a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$$

(b) Leibniz-Reihe
$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{2k+1},$$

(c) der Reihe
$$\sum_{k=1}^{\infty} -1 \frac{(-x)^k}{k},$$

(d) der Reihe
$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!},$$

(e) und der Reihe
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^r}.$$

Aufgabe 11:

(a) Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_4^9 \frac{x-42}{(x-2)^2(x^2-13)} \, \mathrm{d}x.$$

(b) Überprüfen Sie das Ergebnis aus (a) durch numerische Berechnung sowie durch Einsetzen der Grenzen in die Stammfunktion.

b.w.

Aufgabe 12:

Sei für $a > 0$ die Funktion $f_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f_a(x) = \frac{1}{\sqrt{a + x^2}}$$

und sei F_a die Stammfunktion von f_a.

(a) Berechnen Sie für $a \in \{1, 2, 3\}$ jeweils die Stammfunktion F_a. Hierfür dürfen Sie gerne Schleifen verwenden.

(b) Berechnen Sie nun F_a für allgemeines a, differenzieren Sie die Stammfunktion wieder und zeigen Sie, dass das Ergebnis mit f_a übereinstimmt (also, dass gilt: $F_a'(x) - f_a(x) = 0$).

Besprechung in den Übungen vom 02.-05. November 2021.