Mathematisches Institut

Prof. Dr. Achim Schädle
Dr. Carsten Feldkamp

30. Oktober 2020

Analysis II – 2. Übungsblatt

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Versuchen Sie die Stammfunktionen der folgenden auf ganz $\mathbb{R}$ definierten Funktionen zu bestimmen

(a) $f(x) = x\mathrm{e}^{-x^2}$,

(b) $g(x) = \frac{1}{1+\mathrm{e}^x}$.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Es sei $f \in C^4([0,1])$ (eine viermal stetig differenzierbare Funktion). Finden Sie eine möglichst kleine Konstante c so, dass für $x, y \in [0,1]$

$$\left|\frac{f(x)-f(y)}{x-y} - \frac{f'(x)+f'(y)}{2}\right| \leq c|x-y|^2 \max_{\xi\in[0,1]} |f'''(\xi)|$$

gilt. Kann man auch

$$\left|\frac{f(x)-f(y)}{x-y} - \frac{f'(x)+f'(y)}{2}\right| \leq d|x-y|^3 \max_{\xi\in[0,1]} |f^{(4)}(\xi)|$$

für eine Konstante d abschätzen?

Aufgabe 5: (6 Punkte)

Es seien $f, g \in C^1(\mathbb{R})$ zwei Funktionen. Differenzieren Sie die Abbildung

$$\mathbb{R} \to \mathbb{R} \ : x \mapsto \int_0^x f(x-t)g(t)dt.$$

Präsenzaufgabe 4:

Es sei $f \in C^3([0,1])$ (eine dreimal stetig differenzierbare Funktion). Zeigen Sie, dass für $x, y \in [0,1]$

$$\left|\frac{f(x)-f(y)}{x-y} - f'(x)\right| \leq \frac{1}{2}|x-y| \max_{\xi\in[0,1]} |f^{('')}(\xi)|.$$

Präsenzaufgabe 5:

Es seien $f, g \in C^1(\mathbb{R})$ zwei Funktionen. Differenzieren Sie die Abbildung

$$\mathbb{R} \to \mathbb{R} \ : x \mapsto \int_0^{g(x)} f(t)dt.$$

Präsenzaufgabe 6:

(a) Bestimmen Sie die Ableitung von $\mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} \ : x \mapsto x^x$. ($\mathbb{R}_+$ sind die positiven reellen Zahlen.)

(b) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{x\to 0} x^x$.

Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben bis Freitag, 6. November, 8:00 Uhr via AUAS. Besprechung der Präsenzaufgaben in den Übungen am 4. und 5. November.