Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
ANDREAS TROLL

5.12.2019

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 9. Übungsblatt

Aufgabe 33:

Veranlassen Sie `sympy` zu folgenden Umformungen:

(a) $\operatorname{sech}(x) = \dfrac{2e^x}{e^{2x}+1}$,

(b) $(\tanh(x)+\tanh(y))^2 = \dfrac{\sinh^2(x+y)}{\cosh^2(x)\cosh^2(y)}$,

(c) $\sinh(xy)\cosh(yz) = \frac{(e^{2xy}-1)(e^{2yz}+1)e^{-y(x+z)}}{4}$.

(d) $2\sin(4x)\cos(2x)$ als Summe von Sinus-Termen: $\sum_{k=1}^{n} a_k \sin(b_k x)$ mit $a_k, b_k \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 34:

Unter welchen hinreichenden Bedingungen an a, b, x, y und z sind folgende Umformungen gültig? Veranlassen Sie `sympy` dazu diese Umformungen durchzuführen

(a) $x^{a+b} = x^a x^b$

(b) $(xy)^a = x^a y^b$

(c) $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

(d) $\ln(e^z) = z$

Aufgabe 35:

(a) Veranlassen Sie `sympy` zu der Umformung
$$\cos(2\arctan(x)) = \frac{1-x^2}{x^2+1}.$$

(b) Kann `sympy` auch $\cos(n\arctan(x))$ für $n \in \mathbb{Z}$ in eine rationale Funktion umformen? Testen Sie verschiedene n, so dass Sie sich sicher sind, für welche $n \in \mathbb{Z}$ `sympy` eine Umformung findet.

(c) Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `cosarctan(n)`, welche die Partialbruchzerlegung von $\cos(n\arctan(x))$ mit $n \in \mathbb{Z}$ berechnet und zurückgibt. Ist dies nicht möglich, soll mit `cancel` die gekürzte Standardform (ohne trigonometrische Funktionen) zurückgegeben werden.
Testen Sie Ihre Funktion für $n \in \{0, 1, 5, 10, -4\}$.

Aufgabe 36:

Erzeugen Sie die folgenden Matrizen mit Hilfe von `sympy`, **ohne** jeden Eintrag einzeln einzugeben. Verwenden Sie geeignete Bildungsvorschriften. Benutzen Sie `Matrix(...)` pro Teilaufgabe nur einmal.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 & 25 \\ 4 & 9 & 16 & 25 & 36 \\ 9 & 16 & 25 & 36 & 49 \\ 16 & 25 & 36 & 49 & 64 \\ 25 & 36 & 49 & 64 & 81 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 & 10 & 5 \\ 24 & 19 & 14 & 9 & 4 \\ 23 & 18 & 13 & 8 & 3 \\ 22 & 17 & 12 & 7 & 2 \\ 21 & 16 & 11 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & x_0^3 & x_0^4 \\ 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & x_1^4 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & x_3^4 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & x_4^4 \end{pmatrix}$

Besprechung in den Übungen vom 9.-13. Dezember 2019.