

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 7. Übungsblatt

Aufgabe 25:

Schreiben Sie Codeschnipsel, welche folgende Fehlermeldungen erzeugen:

- (a) `NameError: name 'a' is not defined`
- (b) `TypeError: 'Symbol' object is not callable`
- (c) `TypeError: 'int' object is not subscriptable`
- (d) `IndentationError: expected an indented block`
- (e) `SyntaxError: invalid syntax`
- (f) `IndexError: list index out of range`
- (g) `TypeError: funktion1() takes 1 positional argument but 2 were given`
- (h) `TypeError: funktion2() missing 1 required positional argument: 'var2'`
- (i)

```
----> 3 plt.plot(x,fx)
...
...
ValueError: x and y must have same first dimension, but have shapes (5,) and (4,)
```
- (j)

```
----> 2 f=Lambda(x,5*x)
...
...
TypeError: variable is not a symbol: 1
```

Hinweis: Bei allen Teilaufgaben wurde der Anfang der Fehlermeldung weggelassen. Bei (i) und (j) sind jedoch zusätzlich die Zeilen in der der Fehler aufgetreten ist zu sehen.

Aufgabe 26:

Für $\varepsilon > 0$ ist die Gleichung $x^3 - x^2 + \frac{2}{9}x = \varepsilon$ gegeben. Lösen Sie diese Gleichung symbolisch. Sie erhalten drei verschiedene, von ε abhängige Lösungen. Bestimmen Sie bei allen Lösungen den Grenzwert für $\varepsilon \rightarrow 0$.

Der Satz von Rouché, der allerdings erst in der Funktionentheorie gezeigt werden wird, besagt, dass diese Grenzwerte die Lösungen der Gleichung $x^3 - x^2 + \frac{2}{9}x = 0$ sind. Bestätigen Sie das, indem Sie einerseits jeweils den Real- und Imaginärteil der drei Grenzwerte bestimmen und andererseits die Grenzwerte numerisch auswerten.

Aufgabe 27:

Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, die auf dem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ stetig und auf dem offenen Intervall (a, b) differenzierbar ist. Nach dem Mittelwertsatz gibt es dann ein $x_0 \in (a, b)$, so dass

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

gilt. Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `MWS`, welche die folgenden Schritte ausführt:

- Übergabe der Funktion f und zusätzlich der Intervallgrenzen $a, b \in \mathbb{R}$ als `tuple`.
- Berechnung von $x_0 \in (a, b)$ und der Tangente g an den Graphen der Funktion im Punkt x_0 .
- Zeichnen der Funktion f und der Tangente g über dem Intervall $[a, b]$.
- Rückgabe von x_0 , der Tangente g und einem Plot p .

Wenden Sie Ihre Funktion auf $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ und das Intervall $[2, 7]$ an.

Allgemeiner Hinweis: `solve` findet ggf. nicht alle Lösungen. Das ist für diese Aufgabe jedoch nicht relevant.

Aufgabe 28:

- (a) Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `myprimes(n)`, die eine Liste mit allen Primzahlen bis einschließlich n (mit $n \geq 1$) erzeugt. Gehen Sie dabei wie folgt vor:
- Speichern Sie zunächst alle Zahlen von 2 bis n in einer Liste.
 - Wählen Sie das erste Element dieser Liste aus und entfernen Sie alle Vielfache dieser Zahl aus der Liste (z.B. mit `remove`).
 - Wiederholen Sie den letzten Schritt für alle übrigen Zahlen in der Liste.

Hinweis: Diesen Algorithmus nennt man auch *Sieb des Eratosthenes*.

- (b) Testen Sie `myprimes`, indem Sie alle Primzahlen bis $n = 1$, $n = 19$ und $n = 100$ ausgeben.
- (c) Überprüfen Sie mit Hilfe von `myprimes` und des `in`-Operators, ob die Zahlen 263, 571, 4517 und 9799 Primzahlen sind.
- (d) Wenn Sie ihre Funktion für größere n testen, werden Sie feststellen, dass die Berechnung lange dauert. Der Algorithmus ist also nicht effizient. Überlegen Sie sich, ob Schritt 2 wirklich für alle Zahlen und deren Vielfache in der Liste durchgeführt werden muss. Begründen Sie kurz ihre Antwort und verbessern Sie `myprimes` dahingehend.
- (e) Schreiben Sie nun eine Funktion `primfaktor(n)`, die eine Liste aller Primfaktoren von n zurückgibt (z. B. `primfaktor(45) = [3, 3, 5]`). Verwenden Sie dazu sinnvoll Ihre Funktion `myprimes`.
- (f) Berechnen Sie die Primfaktorzerlegung von 444, 4620, 665 und 7927.