

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 3. Übungsblatt

Aufgabe 9:

Berechnen Sie $\cos(\frac{\pi}{2}n)$ unter der Annahme, dass n eine gerade bzw. ungerade Zahl ist indem Sie

- (a) n als *integer* definieren,
- (b) n explizit als *gerade* (engl. *even*) bzw. *ungerade* (engl. *odd*) definieren.
- (c) Vereinfachen Sie, wenn möglich, Ihre Ergebnisse aus (a) und (b).

Aufgabe 10:

Sei für $a > 0$ die Funktion $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f_a(x) = \frac{1}{\sqrt{a+x^2}}$$

und sei F_a die Stammfunktion von f_a .

- (a) Berechnen Sie für $a \in \{1, 2, 3\}$ jeweils die Stammfunktion F_a . Hierfür dürfen Sie gerne Schleifen verwenden.
- (b) Berechnen Sie F_a , differenzieren Sie die Stammfunktion wieder und zeigen Sie, dass das Ergebnis mit f_a übereinstimmt (also, dass gilt: $F'_a(x) - f_a(x) = 0$).

Aufgabe 11:

Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = \frac{\sin(5x)}{e^x + 1} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

- (a) Bestimmen Sie den Grenzwert des Differenzenquotienten

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

von f und zeigen Sie, dass dieser mit der Ableitung von f übereinstimmt.

- (b) Definieren Sie $h(x) := f(g(x))$. Bestimmen Sie die erste Ableitung von h mit Hilfe von f , g und deren Ableitungen. Überprüfen Sie das Ergebnis, indem Sie die Ableitung von h ohne diesen Umweg berechnen.
- (c) Wiederholen Sie Teil (b) für die zweite Ableitung von h .

Hinweis: Verwenden Sie in Teil (b) und (c) die Kettenregel und die Produktregel für Ableitungen und berechnen Sie die Ableitung für beliebige Funktionen f und g zunächst per Hand auf dem Papier.

(Bitte wenden)

Aufgabe 12:

Es seien drei Funktionen f , g und h gegeben: $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- (a) Differenzieren Sie mit Hilfe von `sympy` die Funktion

$$k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x)g(x)h(x).$$

- (b) Sei nun $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Differenzieren Sie mit Hilfe von `sympy` die Funktion

$$c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \int_0^x f(x, y)g(y) \, dy.$$

Können Sie beweisen, dass das Ergebnis richtig ist?

Da die Übung am 01. November aufgrund des Feiertages entfällt, versuchen Sie in dieser Woche bitte eine andere Gruppe zu besuchen, um ihre Aufgaben vorzustellen. Wenn Sie zu keinem der anderen Termine können, ist auch eine Vorstellung in der darauffolgenden Woche möglich.