Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
ANDREAS TROLL

23.1.2020

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 14. Übungsblatt

Aufgabe 53:

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(\,x, y\,) := e^y + y^3 + \sin(6x) + \frac{1}{1+x^2} + x - 1$.

(a) Zeigen Sie, dass es eine implizit erklärte Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f\,(\,x, g(x)\,) \;=\; 0$ gibt.

(b) Zeichnen Sie diese implizite Funktion über dem Intervall $[\,-3, 2\,]$.

Aufgabe 54:

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) \;:=\; x^2 \cdot y\,.$$

(a) Bestimmen Sie die kritischen Punkte und die lokalen Extrema von f unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 \;=\; 3$.

(b) Berechnen Sie $\max\{f(x, y) \,:\, x^2 + y^2 = 3\,\}$ sowie $\min\{f(x, y) \,:\, x^2 + y^2 = 3\,\}$.

Hinweis:
Als Hilfe können Sie sich in der englischen Version von Wikipedia unter `Lagrange multiplier` das Beispiel 2 durchlesen.

Aufgabe 55:

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) \;:=\; x^2 \cdot (y + 1) + \frac{y}{2}\,.$$

(a) Zeichnen Sie die Funktion f im Bereich $[-3, 3] \times [-3, 3]$.

(b) Bestimmen Sie die kritischen Punkte und die lokalen Extrema von f unter der Nebenbedingung $4x^2 + y^2 \;=\; 1$.

Aufgabe 56:

(a) Bestimmen Sie das Maximum der Funktion

$$f(x, y) = 3x^2 - 8xy$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$.

(b) Zeigen Sie, dass das Maximum aus (a) von der Form $a + b\sqrt{c}$ mit $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ist.

Vergessen Sie nicht, sich zur Klausur anzumelden!

Besprechung in den Übungen vom 27.-31. Januar 2020.