

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 3. Übungsblatt

Aufgabe 9:

Schreiben Sie eine Funktion `[T,Y] = dreiachtelRegel(f, tspan, yinit, N)` (in PYTHON oder MATLAB), welche die 3/8-Regel zur Lösung von

$$\dot{y} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

implementiert. Hierbei ist f die Funktion $f(t, y)$, $t_0 = \text{tspan}(1)$, $y_0 = \text{yinit}$, $\text{tspan}(2)$ der Endzeitpunkt und N die Anzahl der Schritte.

Testen Sie Ihre Funktion an

$$f(y) = \lambda y, \quad y_0 = 1, \quad \text{tspan} = [0, 2], \quad N = 20, \quad \lambda = -1, 0, 1, 2.$$

Plotten Sie hierzu die Lösungen zusammen mit den Lösungen des *expliziten Eulers*. Den Quelltext des *expliziten Eulers* finden Sie zur Inspiration auf der Vorlesungsseite.

Aufgabe 10:

Zeigen Sie, dass für ein explizites s -stufiges Runge-Kutta Verfahren mit Ordnung p gilt, dass $p \leq s$.

Hinweis: Betrachten Sie die einfache Testgleichung $\dot{y}(t) = y(t)$; $y(0) = 1$.

Aufgabe 11:

Zeigen Sie:

Ein explizites Runge-Kutta-Verfahren ist konsistent, falls $\sum_{k=1}^s b_k = 1$ gilt.

Aufgabe 12:

Zeigen Sie, dass jedes explizite s -stufige Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung $p = s$, das die vereinfachten Bedingungen

$$c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}$$

erfüllt, die spezielle Differentialgleichung $y'(t) = f(t)$ mit $f \in \mathcal{P}_{s-1}$ exakt integriert.

Besprechung der Übungsaufgaben in den Übungen ab Montag, 30.10.2018.