MATHEMATISCHES INSTITUT

PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
MARINA FISCHER

29.11.2017

HEINRICH HEINE UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

28	29	30	31	Σ

NAME: ____________________

MAT-NR.: ____________________

GRUPPE: ____________________

Numerik II – 7. Übungsblatt

Aufgabe 28:

Seien $u, v \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $\|uv^T\|_F = \|u\|_2 \|v\|_2$.

(b) 0 ist ein Eigenwert von uv^T mit Vielfachheit mindestens $n-1$ und der verbleibende Eigenwert ist $\lambda = u^T v$.

(c) $\det(I + uv^T) = 1 + u^T v$.

Aufgabe 29:

Sei $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ eine symmetrisch, positiv definite Matrix mit nur $m \leq N$ paarweise verschiedenen Eigenwerten. Zeigen Sie, dass das CG-Verfahren nach höchstens m Schritten abbricht.

Aufgabe 30:

Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad \text{und} \quad b := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^N.$$

(a) Wenden Sie das CGNE-Verfahren aus Aufgabe 24 an, wobei der Startwert x_0 als der Nullvektor gewählt wird. Was kann man über die Konvergenz aussagen?

(b) Auf das Gleichungssystem kann man auch das GMRES-Verfahren mit demselben Startwert $x_0 = 0$ anwenden. Was kann man nun über die Konvergenz sagen?

Aufgabe 31:

Es sei L der Abbruchindex des Lanczos-Verfahrens. Zeigen Sie, dass aus $\tilde{v}_{L+1} = 0$ oder $\tilde{w}_{L+1} = 0$ folgt, dass alle Eigenwerte von T_L auch Eigenwerte von A sind, d. h. $\sigma(T_L) \subseteq \sigma(A)$.

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 06.12.2017 zu Beginn der Vorlesung.