MATHEMATISCHES INSTITUT

PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
MARINA FISCHER

08.11.2017

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

16	17	18	19	Σ

NAME: ____________________

MAT-NR.: ____________________

GRUPPE: ____________________

Numerik II – 4. Übungsblatt

Aufgabe 16:

Zeigen Sie Satz 1 für das DFP-Verfahren:

Ist $s_k^T y_k > 0$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$ und A_0 symmetrisch und positiv definit, dann ist auch A_k für alle $k \in \mathbb{N}$ symmetrisch und positiv definit.

Aufgabe 17:

Gegeben sei $f(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - x^T b$, mit einer symmetrischen positiv definiten Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und Vektoren $x, b \in \mathbb{R}^n$, sowie eine invertierbare Matrix $C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und ein Vektor $c \in \mathbb{R}^n$.

(a) Schreiben Sie das Quasi-Newton-Verfahren aus der Vorlesung für die Minimierung von f auf, wobei Sie die eindimensionalen Minimierungsprobleme exakt lösen und die BFGS-Formel als Update für die Matrizen H_k verwenden.

(b) Schreiben Sie das Quasi-Newton-Verfahren aus der Vorlesung für die Minimierung von $\tilde{f}(\tilde{x}) := f(C\tilde{x} + c)$ auf, wobei Sie die eindimensionalen Minimierungsprobleme exakt lösen und die BFGS-Formel als Update für die Matrizen $\widetilde{H}_k$ verwenden.

Hinweis: Dies ist keine Programmieraufgabe.

Aufgabe 18:

Seien $f(x)$, $\tilde{f}(x)$, A, x, b und C wie in Aufgabe 17. Bei der Wahl der Startmartizen $H_0 = CC^T$ (C invertierbar) und $\tilde{H}_0 = I$ in den BFGS-Algorithmen aus der Vorlesung erhält man für die Iterierten

$$x_k = C\tilde{x}_k + c \qquad \forall k,$$

falls dies für die Startwerte ($k = 0$) gilt und man das eindimensionale Minimimierungsproblem exakt löst. (Das BFGS–Verfahren ist *affin invariant.*)

Aufgabe 19:

Zeigen Sie, dass jede nichtreduzierte obere Hessenbergmatrix $H \in \mathbb{C}^{m\times n}$, $m > n$, vollen Spaltenrang hat.

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 15.11.2017 zu Beginn der Vorlesung.