MATHEMATISCHES INSTITUT

PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
MARINA FISCHER

10.01.2018

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

44	45	46	47	Σ

NAME: ____________________

MAT-NR.: ____________________

GRUPPE: ____________________

Numerik II – 11. Übungsblatt

Aufgabe 44:

Zeigen Sie, dass die diskrete Faltung kommutativ und assoziativ ist.
Zur Erinnerung: Die Faltung $x \star y \in \mathbb{C}^N$ (x, y periodisch fortgesetzt) ist definiert durch

$$(x \star y)_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_{k-j} y_j.$$

Aufgabe 45:

Zeigen Sie, dass für eine absolut summierbare Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ und ihre Fouriertransformierte $\hat{c}(t)$ gilt

(a) $c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{-int} \hat{c}(t) dt$,

(b) $\sum_{n\in\mathbb{Z}} |c_n^2| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\hat{c}(t)|^2 dt$

(vgl. Lemma 1.11).

Aufgabe 46:

Gegeben seien $g_0, \dots, g_{N-1} \in \mathbb{R}$. Die diskrete Sinus-Transformation (DST) ist definiert durch

$$(\mathrm{DST}_N\, g)_k := \sum_{j=0}^{N-1} g_j \sin\left(\frac{(2j+1)k\pi}{2N}\right) \qquad \forall k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Zeigen Sie, dass man die DST auch als Fouriertransformation eines geeigneten Vektors $f \in \mathbb{R}^{2N}$ schreiben kann.

Wie lässt sich dies ausnutzen, um mittels der FFT eine schnelle Sinus-Transformation zu entwickeln?

Aufgabe 47:

Implementieren Sie für $N = 2^L$ die schnelle Fouriertransformation. Dabei sollen die benötigten ω_N^k für $k = 0, \dots, N-1$ nur einmal zu Anfang berechnet und dann der Funktion übergeben werden.
Überlegen Sie sich einen geeigneten Test um Ihre Funktion zu überprüfen.

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 17.01.2018 zu Beginn der Vorlesung.
Abgabe der Programmierübungen per E-Mail bis Mittwoch, 17.01.2018, 16:00 Uhr an *marina.fischer@uni-duesseldorf.de*.