

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 8. Übungsblatt

Aufgabe 31:

Veranlassen Sie `sympy` zu folgenden Umformungen:

(a) $\operatorname{sech}(x) = \frac{2e^x}{e^{2x} + 1},$

(b) $(\tanh(x) + \tanh(y))^2 = \frac{\sinh^2(x+y)}{\cosh^2(x)\cosh^2(y)},$

(c) $\sinh(xy)\cosh(yz) = \frac{1}{4}(e^{2xy} - 1)(e^{2yz} + 1)e^{-y(x+z)}.$

Hinweis: Für die Umformungen können mehrere Schritte notwendig sein.

Aufgabe 32:

(a) Veranlassen Sie `sympy` zu der Umformung

$$\cos(2 \arctan(x)) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}.$$

(b) Kann `sympy` auch $\cos(n \arctan(x))$ für $n \in \mathbb{Z}$ in eine rationale Funktion umformen? Testen Sie verschiedene n , so dass Sie sich sicher sind, dass `sympy` für jedes $n \in \mathbb{Z}$ eine Umformung findet.

(c) Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `cosarctan(n)`, die die Umformung aus Teil c) für jedes $n \in \mathbb{Z}$ berechnet. Am Ende soll die Partialbruchzerlegung zurückgegeben werden. Ist dies nicht möglich, soll der gekürzte Bruch zurückgegeben werden. Testen Sie Ihre Funktion für $n \in \{0, 1, 5, 10, -4\}$.

Aufgabe 33:

(a) Schreiben Sie $\sin(x)\sin(y)\sin(z)$ als Summe von Sinus-Termen der Form $\sin(x \pm y \pm z)$.

(b) Schreiben Sie $\sin(4x)\cos(2x)$ als Summe von Sinus-Termen.

Aufgabe 34:

Unter welchen hinreichenden Bedingungen an a, b, x, y und z sind folgende Umformungen gültig? Veranlassen Sie `sympy` dazu diese Umformungen durchzuführen

(a) $x^{a+b} = x^a x^b$

(c) $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

(b) $(xy)^a = x^a y^b$

(d) $\ln(e^z) = z$