

## Computergestützte Mathematik zur Analysis – 6. Übungsblatt

### Aufgabe 23:

- (a) Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `ggT`, welche den größten gemeinsamen Teiler zweier Zahlen  $m, n \in \mathbb{N}$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus berechnet. Testen Sie diesen mit selbst ausgesuchten Beispielen.
- (b) Berechnen Sie `ggT(23349, 9288)`, `ggT(11448, 2592)` und `ggT(10978, 7337)`.

### Aufgabe 24:

- (a) Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `ggTpoly`, welche den größten gemeinsamen Teiler zweier Polynome  $p, q \in \mathbb{Q}[X]$  berechnet. Verwenden Sie dabei ebenfalls den Euklidischen Algorithmus und verwenden Sie nicht die modulo-Funktion `%`. Normalisieren Sie das Resultat, das heißt der führende Koeffizient soll 1 sein.
- (b) Berechnen Sie `ggTpoly(x6 - 3x4 - 2x2 + 8, x5 + 3x4 - x3 - 7x2 - 2x + 2)` und `ggTpoly(x5 + x3 + 1, x3 - 1)`.

### Aufgabe 25:

Sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion, die auf dem abgeschlossenen Intervall  $[a, b]$  stetig und auf dem offenen Intervall  $(a, b)$  differenzierbar ist. Nach dem Mittelwertsatz gibt es dann ein  $x_0 \in (a, b)$ , so dass

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

gilt. Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `MWS`, welche die folgenden Schritte ausführt:

- Übergabe der Funktion  $f$  und der Intervallgrenzen  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- Berechnung von  $x_0 \in (a, b)$  und der Tangente  $g$  an den Graphen der Funktion im Punkt  $x_0$ .
- Zeichnen der Funktion  $f$  und der Tangente  $g$  über dem Intervall  $[a, b]$ .
- Rückgabe von  $x_0$ , der Tangente  $g$  und einem Plot  $p$ .

Wenden Sie Ihre Funktion auf  $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$  und das Intervall  $[2, 7]$  an.

### Aufgabe 26:

Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$f(x) = -(x^3 + 3x^2 + 4x + 3)e^{-x}.$$

- (a) Plotten Sie die Graphen von  $f$ ,  $f'$  und  $f''$  über dem Intervall  $[-2, 6]$  in festgelegten Farben.
- (b) Bestimmen Sie alle lokalen Extremalstellen von  $f$  und stellen Sie fest, welche von ihnen Maximal- bzw. Minimalstellen sind.
- (c) Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f$  im Punkt  $(\frac{1}{4}, f(\frac{1}{4}))$  und plotten Sie den Graphen und die Tangente in eine Grafik. Bestimmen Sie ferner numerisch die verschiedenen Schnittpunkte der Tangente mit dem Graphen. Verwenden Sie dazu die Funktion `nsolve`.