

## Computergestützte Mathematik zur Analysis – 4. Übungsblatt

### Aufgabe 14:

- (a) Schreiben Sie eine Python-Funktion `mycheb(n, x)`, die das  $n$ -te Tschebyscheff-Polynom

$$T_n(x) := \cos(n \arccos(x)), \quad x \in [-1, 1]$$

berechnet. Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit der `sympy`-Funktion `chebyshevt(n, x)` für verschiedene Werte von  $n$ .

- (b) Schreiben Sie eine Python-Funktion `mylegendre(n, x)`, die das  $n$ -te Legendre-Polynom

$$L_n(x) := \frac{1}{2^n n!} \cdot \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n]$$

berechnet. Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit der `sympy`-Funktion `legendre(n, x)` für verschiedene Werte von  $n$ .

*Hinweis:* In Teil (a) müssen Sie in Ihrer Funktion noch eine Umformung veranlassen, die die Darstellung von  $T_n$  auch tatsächlich in ein Polynom überführt.

### Aufgabe 15:

- (a) Gegeben seien die drei Funktionen  $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f := x \mapsto (1 - x)x^2, \quad g := x \mapsto |\cos(x)|, \quad h := x \mapsto -\sqrt{x}.$$

Setzen Sie  $u := f \circ g \circ h$ ,  $v := g \circ h \circ f$  und  $w := h \circ f \circ g$  ( $\circ$  bezeichnet die Hintereinanderausführung). Zeichnen Sie die Graphen von  $u$ ,  $v$  und  $w$  in einem Bild. Den Definitionsbereich wählen Sie so, dass das Bild möglichst aussagekräftig wird. Verwenden Sie außerdem verschiedene Farben und fügen Sie eine Legende mit geeigneten Labels hinzu.

- (b) Gegeben sei das Polynom

$$g(x, y) = (x^2 + y^2)^2 + 3x^2y - y^3.$$

Zeichnen Sie seine Nullstellenmenge in der  $xy$ -Ebene.

*Hinweis:* Verwenden Sie ähnlich wie `.line_color` die Methode `.label`, um die Labels für die Legende anzugeben. Mit `.ylim = (ymin, ymax)` können Sie außerdem den Wertebereich einschränken.

### Aufgabe 16:

- (a) Zeichnen Sie die Spirale aus Abb. 1 und bestimmen Sie die Länge der Kurve. Können Sie die Länge der Kurve auch exakt angeben?
- (b) Zeichnen Sie nun die Spirale aus Abb. 2 und bestimmen Sie auch hier die Länge der Kurve. Können Sie die exakte Länge hier ebenfalls angeben?

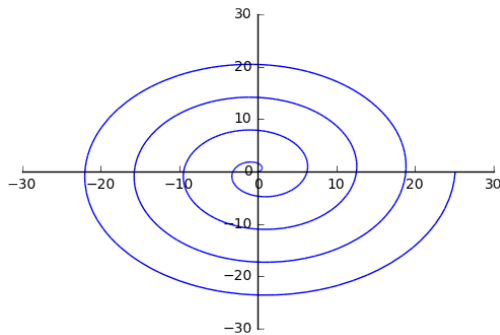


Abbildung 1: Spirale in der Ebene.

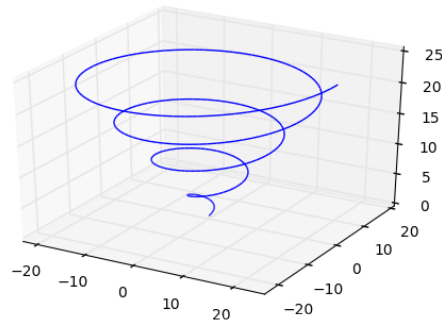


Abbildung 2: Spirale im Raum.

### Aufgabe 17:

- (a) Wenn man den Graphen der Funktion  $x \mapsto f(x) = \cosh(x)$  auf  $[-3, 3]$  um die  $x$ -Achse rotieren lässt, erhält man ein Katenoid. Erstellen Sie das Bild aus Abb. 3.
- (b) Erstellen Sie auf ähnliche Weise das Bild des Kegels aus Abb. 4.

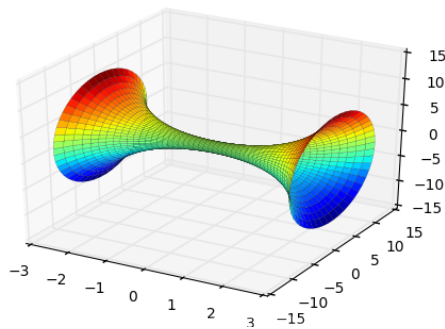


Abbildung 3: Katenoid.

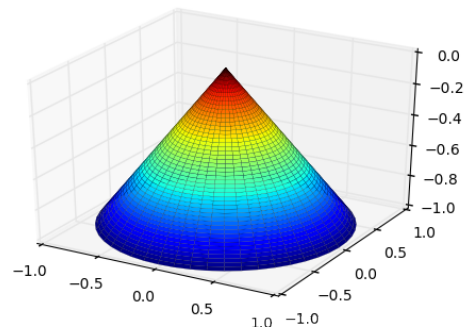


Abbildung 4: Kegel.