

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 10. Übungsblatt

Aufgabe 39:

- Bestimmen Sie so viele Taylorkoeffizienten von $f = \log\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$ in $x = 0$, wie Sie benötigen, um die allgemeine Formel zu erraten.
- Berechnen Sie dann die Reihe für die in Teil a) erratene Formel symbolisch, um das Ergebnis zu überprüfen.
- Um zu sehen, dass der Reihenwert aus Teil b) gleich f ist, muss f noch geeignet umgeformt werden. Veranlassen Sie diese Umformung.

Aufgabe 40:

Für $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$ sei

$$f(x) := \frac{5x^3 - 3x - 2}{(2+x)(3-x)}$$

gegeben.

- Berechnen Sie die Taylorpolynome P_1, \dots, P_{15} von f entwickelt in $x = 0$.
- Zeichnen Sie die Graphen von f, P_6, \dots, P_{11} in ein Bild über den Intervallen $[-2, 3]$ und $[-1, 3/2]$ in verschiedenen Farben und fügen sie jeweils eine Legende außerhalb des Plots hinzu.
- Berechnen Sie außerdem $|f(a) - P_j(a)|$ für $a \in \{-\frac{1}{2}, 1\}$ und $j = 1, \dots, 15$.

Aufgabe 41:

Es sei $f(x) := \sin(x)/x$ und es sei F eine Stammfunktion von f . Wie lautet die Bezeichnung von F in sympy?

- Berechnen Sie die Taylorentwicklung von f und F bis zur Ordnung 16.
- Differenzieren Sie die Taylorentwicklung von F und vergleichen Sie sie mit der von f .

Aufgabe 42:

Schreiben Sie eine PYTHON-Funktion `hurwitz(A)`, die eine Matrix auf ihre Definitheit überprüft. Verwenden Sie dazu das Hurwitz-Kriterium (Hauptminoren-Kriterium). Ihre Funktion soll ausgeben, ob eine Matrix positiv oder negativ definit ist. Weiterhin soll Ihre Funktion einen Fehler ausgeben, wenn die Matrix nicht symmetrisch ist. Schließlich soll auch eine aussagekräftige Ausgabe erfolgen, wenn keine Aussage möglich ist.

Testen Sie Ihre Funktion für verschiedene Matrizen, von denen Sie die Definitheit leicht überprüfen können. Decken Sie damit alle möglichen Fälle, die auftreten können, ab.

Besprechung in den Übungen vom 18.-22. Dezember 2017.