Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
YANICK KIECHLE

21.05.2025

Numerik elliptischer partieller Differentialgleichungen – 7. Übungsblatt

Aufgabe 23:

Zeigen Sie: Für ein stw. C^1-berandetes Gebiet $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ und eine Funktion g, die stetig und stw. C^1 auf Γ ist, gibt es ein $u_0 \in H^1(\Omega)$, so dass gilt

$$\gamma(u_0) = g.$$

Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 22.

Aufgabe 24:

Hier werden wir NETGEN/NGSOLVE zusammen mit PYTHON verwenden.

(a) Lesen und verstehen Sie das Beispiel "1.1 First NGSolve example" auf der NGS-Py-Homepage. Stellen Sie sich z.B. folgende Fragen:
Welche Gleichung wird gelöst? Auf welchen Gebiet? Wie sieht die schwache Formulierung aus? Aus welchen Raum sind die Ansatz- bzw. Testfunktionen? etc.

(b) Verändern Sie das Beispiel so, dass die Inhomogenität des Poisson-Problems jetzt

$$f(x, y) = 10 \exp(x) \cos(y)$$

ist und die Dirichlet-Bedingung $u = 0$ auf dem gesamten Rand von Ω gilt.

(c) Setzen Sie die maximale Gittergröße auf 0.3 und die Ordnung des Finite Elemente Raums (`order`) auf 1. Erzeugen Sie nun eine neue leere Gitterfunktion und tragen Sie an die $(k + 1)$-te Stelle den Wert 1 ein, wobei k ein Wert zwischen 0 und `fes.ndof-1` ist. Verwenden Sie dazu die zwei Befehle:

```
gfneu = GridFunction(fes)
gfneu.vec.FV()[ k ] = 1
```

Stellen Sie die Gitterfunktion mit Hilfe des `Draw`-Befehls grafisch dar. Welche Funktionen plotten Sie hier?

Aufgabe 25:

Finden Sie geeignete Voraussetzungen, so dass das homogene Robin-Problem der Form

$$\begin{cases} Lu = f & \text{in } \Omega, \\ bu + \frac{\partial}{\partial n_A} u = 0 & \text{auf } \Gamma \end{cases}$$

für konstante $b \in \mathbb{R}$ (ggf. welche?) eine eindeutige Lösung besitzt.

Besprechung in der Übung am Donnerstag, 05.06.2025.