

Numerik elliptischer partieller Differentialgleichungen – 6. Übungsblatt

**Aufgabe 21:**

Es sei eine Triangulierung eines beschränkten Gebietes  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$  und eine Funktion  $u$ , die auf jedem Dreieck  $C^1$  ist, gegeben. Zeigen Sie:

$$u \in H^1(\Omega) \iff u \in C(\bar{\Omega})$$

**Hinweis:** Aufgabe 20 (a).

**Aufgabe 22:**

Zeigen Sie: Für ein stw.  $C^1$ -berandetes Gebiet  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$  und eine Funktion  $g$ , die stetig und stw.  $C^1$  auf  $\Gamma$  ist, gibt es ein  $u_0 \in H^1(\Omega)$ , so dass gilt

$$\gamma(u_0) = g.$$

**Hinweis:** Verwenden Sie Aufgabe 21.

**Aufgabe 23:**

Finden Sie geeignete Voraussetzungen, so dass das homogene Robin-Problem der Form

$$\begin{cases} Lu = f & \text{in } \Omega, \\ bu + \frac{\partial}{\partial n_A} u = 0 & \text{auf } \Gamma \end{cases}$$

für konstante  $b \in \mathbb{R}$  (ggf. welche?) eine eindeutige Lösung besitzt.

**Aufgabe 24:**

Hier werden wir NETGEN/NGSOLVE zusammen mit PYTHON verwenden.

- (a) Lesen und verstehen Sie das Beispiel “1.1 First NGSolve example” auf der NGS-Py-Homepage. Stellen Sie sich z.B. folgende Fragen:  
Welche Gleichung wird gelöst? Auf welchem Gebiet? Wie sieht die schwache Formulierung aus?  
Aus welchem Raum sind die Ansatz- bzw. Testfunktionen? etc.
- (b) Verändern Sie das Beispiel so, dass die Inhomogenität des Poisson-Problems jetzt

$$f(x, y) = 10 \exp(x) \cos(y)$$

ist und die Dirichlet-Bedingung  $u = 0$  auf dem gesamten Rand von  $\Omega$  gilt.

- (c) Setzen Sie die maximale Gittergröße auf 0.3 und die Ordnung des Finite Elemente Raums (`order`) auf 1. Erzeugen Sie nun eine neue leere Gitterfunktion und tragen Sie an die  $(k + 1)$ -te Stelle den Wert 1 ein, wobei  $k$  ein Wert zwischen 0 und `fes.ndof-1` ist. Verwenden Sie dazu die zwei Befehle:

```
gfneu = GridFunction(fes)
gfneu.vec.FV()[ k ] = 1
```

Stellen Sie die Gitterfunktion mit Hilfe des `Draw`-Befehls grafisch dar. Welche Funktionen plotten Sie hier?

**Besprechung in der Übung am Mittwoch, 17.05.2023.**