

Numerik I – 9. Übungsblatt

Hinweis: Verwenden Sie als Dateiname für die schriftliche Abgabe bitte

Name1_Name2_Blatt9.pdf bzw. Name1_Blatt9.pdf,

wobei Name1 (und Name2) Ihre Nachnamen sind. Dies erleichtert die Zuordnung Ihrer Abgaben.

Aufgabe 25:

Schätzen Sie den Aufwand für die Cholesky-Zerlegung einer $(n \times n)$ -Matrix ab. Es genügt dabei, wenn Sie den Aufwand in der Form

$$\alpha n^k + \mathcal{O}(n^{k-1})$$

angeben, wobei Sie α explizit bestimmen. Hierbei ist das \mathcal{O} -Kalkül für $n \rightarrow \infty$ zu betrachten. Zählen Sie dabei wie in der Vorlesung eine Multiplikation und eine Addition zusammen als eine Rechenoperation. Division und Wurzelziehen sind jeweils eine eigene Rechenoperation.

Aufgabe 26:

Für $p, q \in \mathbb{R}$ sei

$$f(x) = x^2 + 2px + q.$$

- (a) Berechnen Sie für $p = q = 10^3$ die Nullstellen von f nach der bekannten Lösungsformel

$$x_{1,2} = -p \pm \sqrt{p^2 - q}$$

in der dezimalen Gleitkommaarithmetik mit Mantissenlänge 2.

Welcher der beiden Näherungen würden Sie vertrauen?

Hinweis: Denken Sie daran, nach jeder Rechenoperation zu runden!

- (b) Seien x_1, x_2 wie im Teil (a) gegeben. Zeigen Sie, dass gilt

$$x_1 x_2 = q.$$

Leiten Sie damit eine bessere Näherung für Teil (a) her.

- (c) Skizzieren Sie einen Pseudo-Code für eine Funktion `pqsolve(p, q)`, welche die beiden Nullstellen von f berechnet und dabei die bessere Näherung aus Teil (b) verwendet.

Aufgabe 27:

Berechnen Sie für die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 & 5 \\ 3 & 6 & 9 & 9 \\ 6 & 12 & 6 & 18 \\ 1 & 8 & 7 & 15 \end{bmatrix}$$

die LR-Zerlegung mit Spalten-Pivotisierung, d.h. $PA = LR$. Geben Sie dabei die unteren Dreiecksmatrizen L_1, \dots, L_3 und die Permutationsmatrizen P_1, \dots, P_3 explizit an, sodass

$$R = L_3 P_3 L_2 P_2 L_1 P_1 A$$

erfüllt ist.

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 07. Juni bis 10:30 Uhr per ILIAS unter „Übungen zu Numerik I“.