Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
MELINDA HAGEDORN
DR. MARINA FISCHER
DR. CHRISTOPH MATERN

6. JULI 2023

Numerik I – 4. Quicky

Pseudonym: ____________________

[wahr | falsch]

Im Folgenden sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar, f habe eine Nullstelle $x^* \in \mathbb{R}^n$, und $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

Fragenblock 1:

1. Beim Newton-Verfahren muss in jedem Iterationsschritt eine lineares Gleichungssystems mit jeweils einer evtl. anderen Matrix gelöst werden. [|]
2. Zusätzlich sei f dreimal stetig differenzierbar und $f'(x^*)$ sei invertierbar. Dann konvergiert das Newton-Verfahren lokal quadratisch. [|]
3. Falls das Newton-Verfahren konvergiert, so konvergiert es immer gegen die Nullstelle, die dem Startwert am nächsten ist. [|]
4. Für $\phi : S \to \mathbb{R}^n$, $S \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen, Lipschitzstetig mit Lipschitzkonstante $L < 1$ konvergiert die Fixpunktiteration $x_{k+1} = \phi(x_k)$ für jeden Startwert $x_0 \in S$. [|]
5. Für $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch positiv definit und $b \in \mathbb{R}^n$ sei $f(x) = b - Ax$. Dann konvergiert das Newton-Verfahren angewandt auf f für jeden Startwert $x_0 \in \mathbb{R}^n$ gegen eine Lösung des Systems $Ax = b$. [|]
6. Das Newton-Verfahren zur Lösung von $x^2 - 1 = 0$ konvergiert für alle Startwerte gegen die Lösung $x^* = 1$. [|]

Für $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^d$ betrachten wir das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0$

Fragenblock 2:

7. Die Funktion $x \mapsto |x - 1|$ ist Lipschitzstetig im Punkt $x = 1$. [|]
8. Das explizite Eulerverfahren $y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n)$ ist ein Runge-Kutta Verfahren. [|]
9. Der lokale Fehler des expliziten Eulerverfahrens ist für hinreichend oft differenzierbare rechte Seiten f in $\mathcal{O}(h^2)$, wobei h die Schrittweite ist. [|]
10. Das implizite Eulerverfahren $y_{n+1} = y_n + hf(t_{n+1}, y_{n+1})$ ist ein Runge-Kutta Verfahren. [|]
11. Der lokale Fehler des impliziten Eulerverfahrens ist für hinreichend oft differenzierbare rechte Seiten f in $\mathcal{O}(h^2)$, wobei h die Schrittweite ist. [|]
12. Folgendes Verfahren: $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} f(t_n, y_n) + \frac{h}{2} f(t_{n+1}, y_{n+1})$ ist ein Runge-Kutta Verfahren [|]

Das Tempo der Vorlesung ist zu schnell ☐, okay ☐, zu langsam ☐.
Die Übungsaufgaben sind zu einfach ☐, gerade richtig ☐, zu schwierig ☐.
Die Programmieraufgaben sind zu einfach ☐, gerade richtig ☐, zu schwierig ☐.