Heinrich Heine Universität Düsseldorf

MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
MELINDA HAGEDORN
DR. MARINA FISCHER
DR. CHRISTOPH MATERN

21. JUNI 2023

Numerik I – 3. Quicky

Pseudonym: ____________________

[wahr | falsch]

Fragenblock:

1. Die Maschinengenauigkeit ist eine obere Schranke für den relativen Fehler der Darstellung einer reellen Zahl als Gleitkommazahl mit fester Mantissenlänge. [|]

2. Ein numerischer Algorithmus $\tilde{F}$ zur Berechnung von F heißt vorwärts stabil, falls es zu einer Eingabe x mit Ergebnis $\tilde{y} = \tilde{F}(x)$ ein $y = F(\tilde{x})$ gibt mit
$$\frac{||\tilde{y} - y||}{||y||} \leq C\texttt{eps}$$
für nicht zu großes C. [|]

3. Sind die beiden Nullstellen eines normierten quadratischen Polynoms $x^2 + px + q$ gegeben, so ist die Berechnung von p und q schlecht konditioniert. [|]

4. Für $\mathbb{R}^2$ ausgestattet mit der euklidischen Norm und $\mathbb{R}$ mit der Betragsnorm ist die absolute Kondition der Subtraktion zweier reeller Zahlen d.h. der Aufgabe $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (a, b) \mapsto a - b$, kleiner als 2. [|]

5. Die Multiplikation zweier reeller Zahlen in Gleitkommaarithmetik ist stabil im Sinne der Rückwärtsanalysis. [|]

6. Die Multiplikation zweier reeller positiver Zahlen in Gleitkommaarithmetik ist stabil im Sinne der Vorwärtsanalysis. [|]

7. Zu $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ sei $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine QR-Zerlegung von A. Dann gilt $\mathrm{cond}_2(A) = \mathrm{cond}_2(Q)$, wobei cond_2 die in der $\|\cdot\|_2$-Norm gemessene Konditionszahl ist. [|]

b.w.

Wir betrachten den $\mathbb{R}^n$ mit der euklidischen Norm, $\mathbb{R}^{n\times n}$ mit der von der euklidischen Norm induzierten Norm und $\mathbb{R}$ mit der Betragsnorm. Sei

$$d : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times n} \qquad (x,y) \mapsto d(x,y) = (x_i y_j)_{i,j=1}^n$$
$$s : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \qquad (x,y) \mapsto s(x,y) = \sum_{i=1}^n x_i y_j$$

Fragenblock:

8. Die Auswertung von d ist gut konditioniert. [|]
9. Die Auswertung von s ist gut konditioniert. [|]
10. Multipliziert man die Einträge von x mit denen von y und trägt das Ergebnis wie in d angegeben in eine Matrix ein, so ist dieses Verfahren stabil im Sinne der Vorwärtsanalysis. [|]
11. Multipliziert man die Einträge von x mit denen von y und trägt das Ergebnis wie in d angegeben in eine Matrix ein, so ist dieses Verfahren stabil im Sinne der Rückwärtsanalysis. [|]
12. Multipliziert man die Einträge von x mit den entsprechenden Einträgen von y und summiert in beliebiger Reihenfolge wie in s angegeben, so ist dieses Verfahren stabil im Sinne der Vorwärtsanalysis. [|]
13. Multipliziert man die Einträge von x mit den entsprechenden Einträgen von y und summiert in beliebiger Reihenfolge wie in s angegeben, so ist dieses Verfahren stabil im Sinne der Rückwärtsanalysis. [|]

Sei $PA = LR$ eine LR-Zerlegung der invertierbaren Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$ und x Lösung von $Ax = b$.

Fragenblock:

14. Zu einer invertierbaren, symmetrisch positiv definiten Matrix A liefert die Gauß-Elimination ohne Zeilenvertauschungen eine LR-Zerlegung von A. [|]
15. Die Bestimmung von x mittels Vorwärts- und Rückwärtselimination mit L und R kostet $\mathcal{O}(n^2)$ Operationen. [|]
16. Der Aufwand zur Berechnung der LR-Zerlegung einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit Pivotsuche liegt in $\mathcal{O}(n^4)$. [|]

Das Tempo der Vorlesung ist zu schnell ☐, okay ☐, zu langsam ☐.
Die Übungsaufgaben sind zu einfach ☐, gerade richtig ☐, zu schwierig ☐.
Die Programmieraufgaben sind zu einfach ☐, gerade richtig ☐, zu schwierig ☐.