

Numerik für Maxwellgleichungen – 5. Übungsblatt

**Aufgabe 16:**

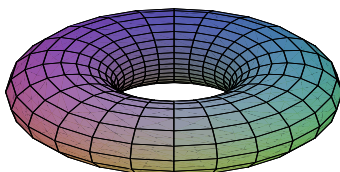
Zeigen Sie, dass im  $\mathbb{R}^3$  für  $\omega = f \cdot d\vec{s}$  und  $\eta = g \cdot d\vec{s}$

$$\omega \wedge \eta = (f \times g) \cdot d\vec{S}$$

gilt.

**Aufgabe 17:**

Geben Sie einen Atlas für die Oberfläche eines Torus (Donut) an.



**Aufgabe 18:**

Seien

$$\delta_v f(v) := \frac{f(v + \frac{\Delta v}{2}) - f(v - \frac{\Delta v}{2})}{\Delta v} \quad \text{und} \quad a_v f(v) := \frac{f(v + \frac{\Delta v}{2}) + f(v - \frac{\Delta v}{2})}{2}$$

Zeigen Sie: Für  $f(v) = \cos(\frac{2\pi}{\lambda}v)$  gilt für die relativen Fehler

$$\epsilon_\delta := \frac{|\partial_v f(v) - \delta_v f(v)|}{|\partial_v f(v)|} = \frac{\pi^2}{6} \frac{1}{r^2}, \quad \epsilon_a := \frac{|f(v) - a_v f(v)|}{|f(v)|} = 3\epsilon_\delta.$$

mit  $r := \frac{\lambda}{\Delta v}$ .

**Aufgabe 19:**

Leiten Sie eine Lösungsformel für folgende Wellengleichung her.

$$\begin{cases} \partial_{tt}u - c^2 \partial_{xx}u = 0, & (x, t) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) = u^0(x), & x \in \mathbb{R}^+ \\ \partial_t u(x, 0) = v^0(x), & x \in \mathbb{R}^+ \\ u(0, t) = 0, & t \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

Abgabe der Übungsaufgaben bis 17.05.2021, 8:00 Uhr über ILIAS.  
Besprechung in der Übung am selben Tag.