Mathematisches Institut
Prof. Dr. Achim Schädle

Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Numerik für Maxwellgleichungen – 3. Übungsblatt

Aufgabe 8:

In $U \subset \mathbb{R}^2 \backslash (0,0)$ ist

$$\omega = \frac{-y}{x^2+y^2}\mathrm{d}x + \frac{x}{x^2+y^2}\mathrm{d}y$$

eine Differentialform der Ordnung 1. x und y bezeichnen die Koordinaten im $\mathbb{R}^2$.

Berechnen Sie das Integral $\int_\gamma \omega$ für ein Kreissegment mit Radius r, und Bogenlänge $r\alpha$.

Aufgabe 9:

Sei $\psi \ : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\psi(r,\theta,\varphi) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ r\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ r\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Auf $U \subseteq \mathbb{R}^3$ sind eine 1 und eine 2 Form

$$\begin{aligned} \omega_1 &= f_1 dx + f_2 dy + f_3 dz, \\ \omega_2 &= F_1 dy \wedge dz + F_2 dz \wedge dx + F_3 dx \wedge dy \end{aligned}$$

gegeben. Berechnen Sie die Koordinatenfunktionen g_j, G_j so, dass

$$\begin{aligned} \psi^*\omega_1 &= g_1 dr + f_2 d\theta + f_3 d\varphi, \\ \psi^*\omega_2 &= G_1 d\theta \wedge d\varphi + G_2 d\varphi \wedge dr + G_3 dr \wedge d\theta. \end{aligned}$$

Aufgabe 10:

Zeigen Sie dass für $\omega \in \Omega^2(\mathbb{R}^3)$ gegeben durch

$$\omega = u \cdot \mathrm{d}\vec{S}, \quad \vec{S} = (\mathrm{d}x_2 \wedge \mathrm{d}x_3, \mathrm{d}x_3 \wedge \mathrm{d}x_1, \mathrm{d}x_1 \wedge \mathrm{d}x_2)$$

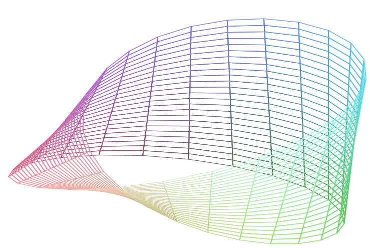
gilt

$$\mathrm{d}\omega = \mathrm{div} u \mathrm{d}V.$$

(Bemerkung (2.26))

Aufgabe 11:

Finden Sie einen Atlas für das Möbiusband.



Abgabe der Übungsaufgaben bis 03.05.2021, 8:00 Uhr über ILIAS.
Besprechung in der Übung am selben Tag.