

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 12. Übungsblatt

Aufgabe 44:

- (a) Zeigen Sie, dass Differentialgleichungen, welche die Bedingung

$$\operatorname{Re} \langle f(t, y) - f(t, z), y - z \rangle \leq 0 \quad (\text{D})$$

erfüllen, kontraktiv sind.

- (b) Zeigen Sie, dass das implizite Eulerverfahren kontraktiv ist.

Aufgabe 45:

Zeigen Sie, dass die

- (a) Trapezregel nicht algebraisch stabil ist,
(b) implizite Mittelpunktsregel algebraisch stabil ist.

Aufgabe 46:

Zeigen Sie für Kollokationsverfahren: Falls alle Knoten c_i verschieden sind, so ist algebraische Stabilität notwendig für Kontraktivität.

Hinweis: Betrachten Sie Differentialgleichungen $y'(t) = \lambda(t)y(t)$ mit geschickt gewählten Funktionen $\lambda(t)$ (einmal reell, einmal rein imaginär).

Aufgabe 47:

Für eine Differentialgleichung $y' = f(t, y)$ heißt y^* Gleichgewichtspunkt, falls $f(t, y^*) = 0$ für alle $t \geq 0$.

Zeigen Sie, dass ein Runge-Kutta-Verfahren Gleichgewichtspunkte erhält, d.h., dass $y_1 = y^*$ gilt, wenn man im Gleichgewichtspunkt $y_0 = y^*$ startet.

**Abgabe der Übungsaufgaben bis Mittwoch, 15.07.2020, 9:00 Uhr über ILIAS.
Besprechung in der Übung am selben Tag.**