Mathematisches Institut

Prof. Dr. Achim Schädle
Dr. Fabian Karwatowski

15. Mai 2020

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

10	11	12	Σ

Name: ____________

Mat-Nr.: ____________

Gruppe: ____________

Analysis I – 4. Übungsblatt

Aufgabe 10: (6 Punkte)

Sei K ein Körper. Für $x \in K\backslash\{0\}$ und $n \in \mathbb{N}$ definieren wir $x^{-n} := (x^{-1})^n$ und erklären damit x^n für die ganzen Zahlen $n \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass dann für $x \in K$ und $n, m \in \mathbb{Z}$ gilt: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

Aufgabe 11: (6 Punkte)

Seien $x, y \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

(a) Für $x > 0$ gilt $x + x^{-1} \geq 2$.

(b) Ist $x < \epsilon$ für jedes beliebige $\epsilon > 0$, so ist $x \leq 0$.

Aufgabe 12: (6 Punkte)

Sei K ein angeordneter Körper und $x, y, z \in K$. Zeigen Sie,

(a) dass immer $|x| \geq 0$ und, dass $|x| = 0$ genau dann, wenn $x = 0$.

(b) $|xy| = |x||y|$.

(c) dass, falls $x < y$ und $y < z$, so folgt $x < z$.

Präsenzaufgabe 14:

Sei K ein angeordneter Körper. Schreiben Sie die folgenden Mengen als endliche Vereinigung von Intervallen.

(a) $\{x \in K : |x - 3| \geq 4\}$

(b) $\{x \in K : |x - 1| = |x + 5|\}$

(c) $\{x \in K : |1 - x^2| > 3\}$

Präsenzaufgabe 15:

Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ die folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$\frac{2n+1}{(n+1)^2} \geq \frac{2}{n+2}$$

Präsenzaufgabe 16:

Entscheiden Sie zu den folgenden Teilmengen $A_1, \ldots, A_4$ von $\mathbb{R}$ jeweils, ob Maximum, Minimum, Supremum bzw. Infimum existieren und geben Sie dieses gegebenenfalls (ohne Beweis) an.

(a) $A_1 := (-2, 4]$

(b) $A_2 := [-3, 5]$

(c) $A_3 := \{1, 2, 4, 10, -1, 0\}$

(d) $A_4 := (-2, 1] \cup (0, 2) \cup [3, 3]$

**Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben bis Montag, 25. Mai, 8:00 Uhr in AUAS.
Besprechung der Präsenzaufgaben in den Übungen am 20. und 21. Mai.**