

30. APRIL 2020



HEINRICH HEINE  
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

4	5	6		Σ
---	---	---	--	---

NAME: \_\_\_\_\_  
MAT-NR.: \_\_\_\_\_  
GRUPPE: \_\_\_\_\_

## Analysis I – 2. Übungsblatt

### Aufgabe 4:

Seien  $M$  und  $N$  nichtleere Mengen, sowie  $f : M \rightarrow N$  eine Abbildung.

- (a) Zeigen Sie für  $C, D \subseteq N$ , dass  $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$ .
- (b) Zeigen Sie für  $A, B \subseteq M$ , dass  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ .

### Aufgabe 5: (6 Punkte)

Sei  $f : M \rightarrow N$  eine Abbildung.

- (a) Zeigen Sie, dass für eine beliebige Teilmenge  $B \subseteq N$  gilt:  $f^{-1}(B^C) = (f^{-1}(B))^C$ .
- (b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass für eine beliebige Teilmenge  $A \subseteq M$  gilt:  $f(A^C) = (f(A))^C$ .

### Aufgabe 6: (6 Punkte)

Sei  $M \neq \emptyset$ . Zeigen Sie, dass für eine Abbildung  $f : M \rightarrow N$  gilt:

- (a)  $f$  ist genau dann injektiv, wenn es eine Abbildung  $g : N \rightarrow M$  gibt, mit  $g \circ f = id_M$ . ( $g$  heißt dann Linksinverse von  $f$ )
- (b)  $f$  ist genau dann surjektiv, wenn es eine Abbildung  $h : N \rightarrow M$  gibt, mit  $f \circ h = id_N$ . ( $h$  heißt dann Rechtsinverse von  $f$ )

### Präsenzaufgabe 8:

Bestimmen Sie für Teilmengen  $A$  und  $B$  von  $M$  folgende Mengen:

- (a)  $(A^C)^C$
- (b)  $A^C \cap A$
- (c)  $A^C \cup A$
- (d)  $(A^C \cup B) \cap (A \cap B^C)$
- (e)  $(A^C \cup B) \cup (A \cap B^C)$
- (f)  $(A^C \cup B^C) \cap (A \cap B)$

### Präsenzaufgabe 9:

Sei  $f : M \rightarrow N$  eine Abbildung. Zeigen Sie, dass dann folgende Aussagen richtig sind:

- (a)  $A \subseteq B \subseteq M \Rightarrow f(A) \subseteq f(B)$
- (b)  $A \subseteq M \Rightarrow f(M) \setminus f(A) \subseteq f(A^C)$

### Präsenzaufgabe 10:

Zeigen Sie, dass für zwei bijektive Abbildungen  $f : A \rightarrow B$  und  $g : B \rightarrow C$  immer gilt, dass

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}.$$

**Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben bis Montag, 11. Mai, 8:00 Uhr in AUAS.  
Besprechung der Präsenzaufgaben in den Übungen am 6. und 7. Mai.**