

### Analysis I – 1. Übungsblatt

#### Aufgabe 1: (3+3 Punkte)

Sei  $M$  eine Menge und  $A, B \subseteq M$  Teilmengen von  $M$ . Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a)  $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

(b)  $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

#### Aufgabe 2: (6 Punkte)

Seien  $A$  und  $B$  Mengen mit  $a \in A, b \in B$ . Ein geordnetes Paar  $(a, b)$  kann man als die Teilmenge

$$\{\{a\}, \{a, b\}\} \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$$

definieren. Zeigen Sie, dass folgende Aussage gilt:

Für  $a, a' \in A$  und  $b, b' \in B$  gilt

$$(a, b) = (a', b') \Leftrightarrow a = a' \text{ und } b = b'$$

#### Aufgabe 3: (6 Punkte)

Für diese Aufgabe setzen wir die Menge der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$  und die Addition  $+$  von natürlichen Zahlen als bekannt voraus.

Zeigen Sie, dass durch

$$(m, n) \sim (p, q) :\Leftrightarrow m + q = n + p$$

eine Äquivalenzrelation auf  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  definiert wird.

### Präsenzaufgabe 5:

Seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  Teilmengen der Menge  $M$ . Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten:

- (a)  $A \cup B = B \cup A$ ,  $A \cap B = B \cap A$ . (Kommutativität)
- (b)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ ,  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ . (Assoziativität)
- (c)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  (Distributivität)
- (d)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = A$ .

Das sollte so einfach sein, dass es ausreicht wenn Sie eine der Aussagen ausführlich zeigen. (Das zweite Distributivgesetz wurde in der Vorlesung gezeigt.)

### Präsenzaufgabe 6:

Es seien  $A$  und  $B$  nichtleere Mengen. Übersetzen Sie die folgenden Ausdrücke von aus der Umgangssprache in Formeln bzw. die Formeln in Umgangssprache.

- (a) Ist  $x$  ein Element von  $A$ , so ist es auch ein Element von  $B$ .
- (b) Alle Elemente von  $B$  sind in  $A$  enthalten, aber es gibt ein Element in  $A$ , welches nicht in  $B$  liegt
- (c)  $\exists x \in (A \cap B) \Leftrightarrow (A \cap B \neq \emptyset)$ .

### Präsenzaufgabe 7:

Zeigen Sie, dass für nichtleere Mengen  $A$  und  $B$  gilt:

$$A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = B$$

**Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben bis Montag, 4. Mai, 8:00 Uhr in AUAS.  
Besprechung der Präsenzaufgaben in den Übungen am 29. und 30. April.**