

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 5. Übungsblatt

Aufgabe 17:

Gegeben seien die drei Funktionen $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f := x \mapsto \frac{2 - \frac{x^3}{2}}{x^2 + 1}, \quad g := x \mapsto |\sin(x)|, \quad h := x \mapsto -\sqrt[4]{x}.$$

Setzen Sie $u := f \circ g \circ h$, $v := g \circ h \circ f$ und $w := h \circ f \circ g$ (\circ bezeichnet die Hintereinanderausführung). Zeichnen Sie die Graphen von u , v und w in einem Bild. Wählen Sie den Definitionsbereich und Wertebereich so, dass das Bild möglichst aussagekräftig wird. Verwenden Sie außerdem verschiedene Farben und fügen Sie eine Legende mit geeigneten Labels hinzu.

Hinweis: Verwenden Sie ähnlich wie `line_color` das Attribut `label`, um die Labels für die Legende der Linie anzugeben. Mit `ylim = (ymin, ymax)` können Sie außerdem den Wertebereich des Plots einschränken.

Aufgabe 18:

Es sei

$$f(x) = \frac{\sin(2x) + 3}{\cos(2x) + 2}.$$

- (a) Welche Funktion F gibt `sympy` als Stammfunktion an?
- (b) Bestimmen Sie $F(\pi) - F(0)$.
- (c) Expandieren Sie f und nennen Sie die neue Funktion g . Bestimmen Sie nun $G(\pi) - G(0)$, wenn G die von `sympy` angegebene Stammfunktion von g ist.
- (d) Welchen Wert liefert `sympy` für das bestimmte Integral $\int_0^\pi g(x) dx$?
- (e) Berechnen Sie das bestimmte Integral $\int_0^\pi g(x) dx$ numerisch.
- (f) Vergleichen Sie die Ergebnisse und die beiden Stammfunktionen miteinander und deren Ableitungen mit den ursprünglichen Funktionen.
- (g) Zeichnen Sie die Graphen von f , F , $f - g$ und $F - G$ über jeweils geeigneten Intervallen.

bitte wenden

Aufgabe 19:

Für $n \in \mathbb{N}_0$ und $i \in \{0, \dots, n\}$ heißt das reelle Polynome

$$B_{i,n}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (1)$$

das i -te Bernsteinpolynom vom Grad n . Für eine Funktion $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ wird durch

$$B_n(f)(x) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(x) \cdot f\left(\frac{i}{n}\right)$$

das ein Polynom $B_n(f)$ vom Grad n , das n -te Bernsteinpolynom der Funktion f , definiert.

- (a) Zeichnen Sie für $i = 0, \dots, 5$ jeweils das i -ten Bernsteinpolynome $B_{i,5}$ vom Grad 5 für $x \in [0, 1]$.
- (b) Schreiben Sie eine Python Funktion `bernsteinf(f, n, plotflag = False)`, die das n -te Bernsteinpolynom der Funktion f berechnet und zurückgibt. n ist hierbei eine natürliche Zahl und f eine Funktion, genauer ein lambdifizierter sympy Ausdruck ist.

Falls `plotflag` auf `True` gesetzt wird, sollen zusätzlich die übergebene Funktion und das Bernsteinpolynom der Funktion f in einem Plot dargestellt werden. Stellen Sie den Graphen der Funktion als rote Linie und das Bernsteinpolynom als blaue Linie dar. Fügen Sie außerdem eine Legende mit geeigneten Labels hinzu.

- (c) Testen Sie ihre Funktion für die Funktionen $x \mapsto \sin(2\pi x)$ und $x \mapsto |x - \frac{1}{2}|$.

Aufgabe 20:

Schreiben Sie Codeschnipsel, welche folgende Fehlermeldungen erzeugen:

- (a) `NameError: name 'a' is not defined`
- (b) `TypeError: 'Symbol' object is not callable`
- (c) `TypeError: 'int' object is not subscriptable`
- (d) `IndentationError: expected an indented block`
- (e) `SyntaxError: invalid syntax`
- (f) `IndexError: list index out of range`
- (g) `TypeError: funktion1() takes 1 positional argument but 2 were given`
- (h) `TypeError: funktion2() missing 1 required positional argument: 'var2'`
- (i) `----> 3 plt.plot(x,fx)`
...
...
`ValueError: x and y must have same first dimension, but have shapes (5,) and (4,)`
- (j) `----> 2 f=Lambda(x,5*x)`
...
...
`BadSignatureError: Lambda signature should be only tuples and symbols, not 1`

Hinweis: Bei allen Teilaufgaben wurde der Anfang der Fehlermeldung weggelassen. Bei (i) und (j) sind jedoch zusätzlich die Zeilen in der der Fehler aufgetreten ist zu sehen.

Besprechung in den Übungen vom 19.-21. November 2025.