Mathematisches Institut
Prof. Dr. Achim Schädle
Dr. Georg Jansing

Heinrich Heine
Universität Düsseldorf

17.12.2015

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 9. Übungsblatt

Aufgabe 34:

Für $x \in \mathbb{R}\backslash\{-2, 3\}$ sei

$$f(x) := \frac{5x^3 - 3x - 2}{(2+x)(3-x)}.$$

(a) Berechnen Sie die Taylorpolynome $P_1, \dots, P_{15}$ von f entwickelt in Null.

(b) Zeichnen Sie die Graphen von $f, P_6, \dots, P_{11}$ in ein Bild über den Intervallen $[-2, 3]$ und $[-1, 3/2]$ in festgelegten Farben.

(c) Berechnen Sie außerdem $|f(a) - P_j(a)|$ für $a \in \{-\frac{1}{2}, 1\}$ und $j = 1, ..., 15$.

Aufgabe 35:

(a) Zeigen Sie, dass für $p = 2, 3, 4, 5$ die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p}{p^n}$ konvergiert und berechnen sie den Grenzwert.

(b) Für welche a_n konvergiert das unendliche Produkt $\Pi_{n=2}^{\infty} a_n$ falls a_n gegeben ist durch

$$\frac{(2n+1)^2}{(2n+1)^2+1}, \quad (-1)^n\left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad (-1)^n\left(1 - \frac{n}{n-1}\right)$$

Aufgabe 36:

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die auf dem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ stetig und auf dem offenen Intervall (a, b) differenzierbar ist. Nach dem Mittelwertsatz gibt es dann ein $x_0 \in (a, b)$, so dass

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

gilt.

Schreiben Sie eine Maple-Prozedur MWS, welche die folgenden Schritte ausführt:

- Übergabe der Funktion f und der Intervallgrenzen $a, b \in \mathbb{R}$
- Berechung von $x_0 \in (a, b)$ und der Tangente g an den Graphen der Funktion im Punkt x_0.
- Zeichnen der Funktion f und der Tangente g über dem Intervall $[a, b]$.
- Rückgabe von x_0, der Tangente g und einem Plot pl.

Wenden Sie Ihre Prozedur auf $f(x) := x^2 - 3 \cdot x + 5$ und das Intervall $[1, 4]$ an.

Aufgabe 37:

Betrachten Sie die folgende Raumkurve

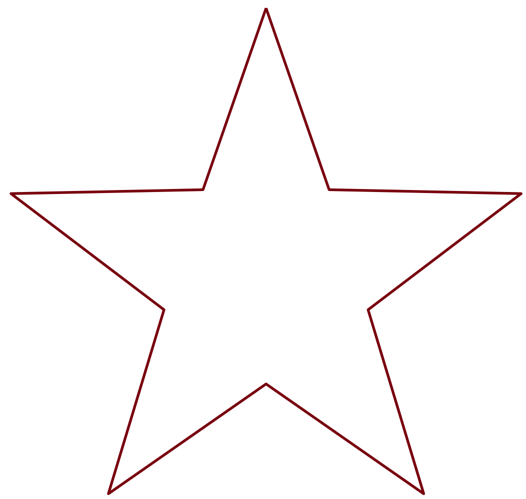
$$k : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3, t \mapsto \begin{pmatrix} -10\cos(t) - 2\cos(5t) + 15\sin(2t) \\ 15\cos(2t) + 10\sin(t) - 2\sin(5t) \\ 10\cos(3t) \end{pmatrix}.$$

Zeichnen Sie die Kurve und berechnen Sie ihre Bogenlänge, ohne das Paket `VectorCalculus` zu verwenden.

(b.w.)

Aufgabe 38:

Zeichnen Sie den folgenden regelmäßigen fünfstrahligen Stern:



Besprechung in den Übungen vom 4.-7. Januar 2016.