

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 8. Übungsblatt

Aufgabe 30:

Seien

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Untersuchen Sie mit Hilfe des Rangkriteriums, ob die Gleichungen $Ax = b$ und $Bx = b$ lösbar sind.
- Stellen Sie die jeweils Zeilenstufenform her und lassen Sie die Lösung bestimmen. Überprüfen Sie das Ergebnis durch Einsetzen.

Aufgabe 31:

Sei $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ der Einheitskreis im \mathbb{R}^2 und

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Zudem sei die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) := A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ gegeben.

Zeichnen Sie das Bild von K unter der Abbildung f , d.h. die Menge $f(K) = \{f(x) : x \in K\}$.

Aufgabe 32:

Sei $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$ die Sphäre (Oberfläche der Einheitskugel) im \mathbb{R}^3 und

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- Zeichnen sie für die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, x \mapsto f(x) := Ax$ ($x = (x_1, x_2, x_3)^T$) das Bild von S unter der Abbildung f .
- Bestimmen Sie die Eigenwerte von A und die dazugehörigen Eigenvektoren. Für jeden Eigenwert λ und zugehörigen auf Länge 1 normierten Eigenvektor w zeichnen Sie jeweils den Vektor $\lambda \cdot w$ zusätzlich in das obige Bild hinein.

Aufgabe 33:

Sei $f(x) := \cos(x)/x$ und sei F eine Stammfunktion von f .

Wie lautet die Bezeichnung von F in Maple?

- Berechnen Sie die Taylorentwicklung von f und F bis zur Ordnung 12.
- Differenzieren Sie die Taylorentwicklung von F und vergleichen Sie sie mit der von f .

Besprechung in den Übungen vom 14.-17. Dezember 2015.