

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 7. Übungsblatt

Aufgabe 26:

Betrachten Sie das folgende Polynom in den Variablen x und y mit Parameter a .

$$P(x, y) := 6xy - 3y^2 - 4x^4 + 8x^3y - 24x^2y^2 + 20xy^3 - 25y^4 - a$$

Zeichnen Sie jeweils die Nullstellenmenge von P für $a \in \{-\frac{1}{10}, 0, \frac{1}{10}\}$.

Verwenden Sie dabei *nicht* den `implicitplot` oder `plot_real_curve` Befehl.

Aufgabe 27:

(a) Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x) := \arctan(x) \exp(1 + x^3) \ln(x^2 + 1).$$

Berechnen Sie die erste und zweite Ableitung f' und f'' und fassen Sie anschließend die auftretenden Terme zusammen.

(b) Veranlassen Sie Maple zu der Umformung

$$\cos(2 \arctan(x)) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}.$$

Aufgabe 28:

(a) Es sei $a := y^2$. Maple vereinfacht \sqrt{a} nicht zu y . Warum nicht?
Unter welcher Annahme ist für Maple \sqrt{a} gleich y ?

(b) Vereinfachen Sie den Ausdruck $\sin(\frac{1}{2} \cdot n \cdot \pi)$ unter der Annahme, dass n eine gerade bzw. eine ungerade Zahl ist.

Aufgabe 29:

Es sei die Matrix

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

gegeben.

(a) Berechnen Sie $M \cdot M^T$ und $M^T \cdot M$ und bestimmen Sie deren Determinante.

(b) Sei S diejenige Matrix, die aus $M \cdot M^T$ entsteht, wenn man die äußeren Zeilen und Spalten streicht, d.h. S ist der innere 2×2 Block von $M \cdot M^T$. Berechnen Sie $S^2 \cdot (M^T \cdot M)^{-1}$.

(c) Sei $T := M \cdot M^T + D$, wobei D die Diagonalmatrix mit den Diagonalelementen $[0, 1 + 2t, 1 - 3t, 0]$ ist. Bestimmen Sie, für welche Werte von t die Determinante von T gleich Null ist.

Besprechung in den Übungen vom 7.-10. Dezember 2015.