MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
DR. GEORG JANSING

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

12.11.2015

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 4. Übungsblatt

Aufgabe 13:

Zerlegen Sie mit Hilfe des Befehls `op` folgende Mapleausdrücke soweit wie möglich und testen Sie mit `whattype` den Typ der erhaltenen Teile.

(a) `[ 1, Pi, exp(1), pi, x+y ]`

(b) `{ x*y/z, u/v*w, (alpha+beta)/(beta*delta) }`

Aufgabe 14:

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^5 - 5\,x^4 - 10\,x^3 + 50\,x^2 + 9\,x - 45$.

(a) Erstellen Sie zwei Listen: *Liste1* mit den Werten $f(k)$ für $k = -5, \ldots, 2$ und *Liste2* mit den Werten $f(k)$ für $k = -1, \ldots, 7$.

(b) Wandeln Sie diese in zwei Mengen A und B um, und bestimmen Sie die Anzahl der Elemente von $A \cup B$. Informieren Sie sich dazu über den Befehl `union` in der Hilfe.

Aufgabe 15:

Die Legendre-Polynome P_k, $k \in \mathbb{N}_0$ auf dem Intervall $[\,-1, 1\,]$ werden rekursiv definiert als

$$P_0(x) = 1,\ P_1(x) = x,$$
$$(n+1) \cdot P_{n+1}(x) = (2n+1) \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)$$

(a) Berechnen Sie P_k für $0 \leq k \leq 10$.

(b) Zeigen Sie, dass für n, $m \in \{0, 1, \ldots, 10\}$ jeweils gilt, dass

$$\int_{-1}^{1} P_n(x) \cdot P_m(x)\,\mathrm{d}x = \begin{cases} \frac{2}{2n+1} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(c) Zeichnen Sie die ersten fünf Legendrepolynome.

Hinweis: Verwenden Sie for-Schleifen.

Aufgabe 16:

Die Folge $(\,f_j\,)_{j \in \mathbb{N}_0}$ der Fibonacci-Zahlen ist definiert durch

$$f_0 := f_1 := 1,$$
$$f_{j+1} := f_j + f_{j-1} \quad \text{für } j \geq 1.$$

(a) Berechnen Sie mittels einer Schleife die Fibonacci-Zahlen f_j für $1 \leq j \leq 100$, ohne dass diese ausgegeben werden.

(b) Erzeugen Sie dann eine Liste mit den Primzahlen $p_9, \ldots, p_{25}$ und lassen Sie die Fibonacci-Zahlen $f_{p_9}, \ldots, f_{p_{25}}$ untereinander ausgeben.

Hinweis: siehe `?ithprime`

Besprechung in den Übungen vom 16.-19. November 2015.