

## Computergestützte Mathematik zur Analysis – 12. Übungsblatt

### Aufgabe 46:

Bestimmen Sie die kritischen Punkte und die lokalen Extrema der Funktion

$$f(x, y) := 4x^2 - 3xy$$

auf dem Einheitskreis durch Lösen der zugehörigen Extremwertaufgabe unter der Nebenbedingung  $x^2 + y^2 = 1$ .

### Aufgabe 47:

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung der Ordnung 3 im Punkt  $(0, 0)$  der Funktion

$$f(x, y) := (3x^2 + x + y - 3y^2)e^{-(x^2+y^2)}$$

mit Hilfe des Befehls `diff`, aber ohne den Befehl `mtaylor` zu verwenden. Zeichnen Sie die Graphen von  $f$  und das Taylorpolynom der Ordnung 3 über dem Quadrat  $[-2, 2]^2$ .

### Aufgabe 48:

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x, y) := e^y + y^3 + x^3 + x^2 - 1$ .

Zeigen Sie, dass es eine implizit erklärte Funktion  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, g(x)) = 0$$

gibt.

Zeichnen Sie diese implizite Funktion über dem Intervall  $[-3, 2]$ .

### Aufgabe 49:

Die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$f(x, y) := x^2 \cdot y.$$

- Bestimmen Sie die kritischen Punkte und die lokalen Extrema von  $f$  unter der Nebenbedingung  $x^2 + y^2 = 3$ .
- Berechnen Sie  $\max\{f(x, y) : x^2 + y^2 = 3\}$  sowie  $\min\{f(x, y) : x^2 + y^2 = 3\}$ .

### **Hinweis:**

Als Hilfe können Sie sich in der englischen Version von Wikipedia unter **Lagrange multipliiert** das Beispiel 2 durchlesen.