

Aufgabe 29:

Gegeben sei eine beliebige 3×3 -Matrix in der wir Nullelemente durch Multiplikation mit unitären Matrizen U_j (etwa Householder-Matrizen) von links oder rechts erzeugen möchten. Betrachten Sie die folgenden Matrixstrukturen:

$$\begin{bmatrix} \times & \times & 0 \\ 0 & \times & \times \\ 0 & 0 & \times \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \times & 0 & 0 \\ \times & \times & 0 \\ \times & \times & \times \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \times & \times & 0 \\ 0 & 0 & \times \\ 0 & 0 & \times \end{bmatrix}$$

Entscheiden Sie für jede der drei Matrixstrukturen, welche der folgenden Situationen gilt und rechtfertigen Sie Ihre Aussage:

- (a) Kann durch eine Folge von Multiplikationen von links mit Matrizen U_j erzeugt werden.
- (b) Nicht (a), kann durch eine Folge von Multiplikationen von links und rechts mit Matrizen U_j erzeugt werden. Dabei müssen die Transformationen von links und rechts *nicht* dieselben sein.
- (c) Kann nicht durch eine Folge von Multiplikationen von links und rechts mit Matrizen U_j erzeugt werden.

Aufgabe 30: (QR Algorithmus mit Shifts)

Ergänzen Sie die Implementierung des QR Algorithmus ohne Shifts aus Aufgabe 26, um die Möglichkeit Shifts zu verwenden. Gehen Sie dabei in folgenden Schritten vor.

- (a) Modifizieren Sie die Funktion `qralg.m` derart, dass Sie einen *einfachen* Rayleigh-Shift in jeder Iteration verwenden.
- (b) Modifizieren Sie die Funktion `qralg.m` derart, dass Sie den Wilkinson-Shift in jeder Iteration verwenden.
- (c) Testen Sie alle drei Varianten ihres Programmes (kein Shift, Rayleigh- oder Wilkinson-Shift) mit der Matrix $A = \text{diag}(15:-1:1) + \text{ones}(15,15)$. Vergleichen Sie die Konvergenzverläufe. Ist die Konvergenz linear, superlinear, quadratisch, kubisch,... ? Kann man sinnvollerweise von der "Anzahl Iterationen des QR-Algorithmus pro Eigenwert" sprechen?

Abgabe der Übungsaufgaben am Mittwoch, 9. Dezember 2015 zu Beginn der Vorlesung. Abgabe der Programmierübungen per E-Mail bis 8. Dezember 2015, 23:59 Uhr an den Übungsgruppenleiter.