MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. ACHIM SCHÄDLE
LENNART JANSEN

HEINRICH HEINE UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

29. JANUAR 2015

Computergestützte Mathematik zur Linearen Algebra – 13. Übungsblatt

Aufgabe 53: (Übergangsmatrizen)

Eine Wählerbefragung von 100 Wahlberechtigten in Großbritannien hat ergeben, dass 41 Wähler Labour (S) favorisieren, 42 die Convervatives (T) und 17 die Liberals (L). Jeden Monat ändern insgesamt 10% der Labouranhänger (S) ihre Meinung. 6% werden zu Anhängern von (L) und 4% werden zu Anhängern von (T). Von den Anhängern der Conservatives (T) wechseln 2% zu (S) und 8% zu (L). Von den Anhängern der Liberals (L) wechseln 13% zu (S) und 7% zu (T).

Schreiben Sie ein MATLAB Script `aufgabe53.m`, mit folgendem Inhalt:

(a) Sei $\boldsymbol{u}_t \in \mathbb{R}^3$, $t \in \{0, 1, \ldots\}$, die Stimmverteilung im t-ten Monat nach der Umfrage. Definieren Sie die Anfangsverteilung $\boldsymbol{u}_0$ und eine Übergangsmatrix $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, so dass $\boldsymbol{u}_{t+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}_t$.

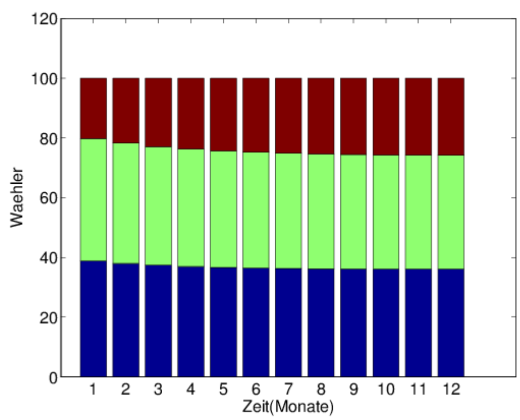

Abbildung 1: Entwicklung der Wählerverteilung

(b) Stellen Sie die Stimmenanteile für die nächsten 15 Monate graphisch dar (wie in Abbildung 1).

Aufgabe 54:

Gegeben sie die Folge $a_n = 1.1 \cdot a_{n-1} + |\sin(a_{n-2})|$ für $n \geq 3$, mit $a_1 = 3$ und $a_2 = 1$.

a) Implementieren Sie eine Matlabfunktion, die die Folge mittels einer for-Schleife berechnet

b) Implementieren Sie eine Matlabfunktion, die die Folge durch eine Rekursion berechnet.

c) Ab welchem $n \in \mathbb{N}$ gilt: $a_n > 1000$? Beantworten Sie die Frage mit Hilfe einer while-Schleife.

b.w.

Aufgabe 55:

Schreiben Sie eine Funktion `[x] = min_qr_fast(A,b)`, die für $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$ mit Hilfe der QR-Zerlegung der Matrix A eine Lösung $x \in R^n$ des linearen Ausgleichsproblems

$$\min \|Ax - b\|_2$$

berechnet. Um einen schnellen Algorithmus zu erhalten, modfizieren Sie die Funktion `[Q R] = qr_zerlegung(A)` aus Aufgabe 49 derart, dass die Matrix Q und die Matrizen Q_j nicht berechnet werden. Verwenden Sie stattdessen die Anwendung der Q_j auf einen Vektor, ohne die Matrix Q_j zu berechnen.

Testen Sie ihr Programm an den folgenden Daten:

y_m	4.6	6.7	9.1	12.5	15.1
t_m	1	2	3	4	5

von denen angenommen wird, dass sie auf einer Geraden liegen.

Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar.

Aufgabe 56: (Flugverbindungen)

Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ der (Linien-) Flugverbindungen zwischen den Orten P_i, $i = 1, \ldots, n$, sei definiert durch

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls eine direkte Flugverbindung von } P_i \text{ nach } P_j \text{ existiert} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Laden Sie die Datei `matrizen.mat` von der Web-Seite zur Vorlesung herunter und schreiben Sie ein MATLAB-Script `aufgabe56.m`, das die konkrete Flugplanmatrix A mittels `load matrizen` einliest sowie folgende Aufgaben löst:

(a) Ausgehend von Flugplan A, erstellen Sie die Matrizen A_2 und A_{012}, für die Flugverbindungen mit

- genau zweimal
- höchstens zweimal

Umsteigen.

(b) Wie oft muss man bei Flugplan A mindestens umsteigen, um von Flughafen 4 nach Flughafen 10 zu kommen?

Besprechung in den Übungen am 02. Februar 2015 - 05. Februar 2015