

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 8. Übungsblatt

Aufgabe 29:

Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, die auf dem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ stetig und auf dem offenen Intervall (a, b) differenzierbar ist. Nach dem Mittelwertsatz gibt es dann ein $x_0 \in (a, b)$, so dass

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

gilt.

Schreiben Sie eine Maple-Prozedur MWS, welche die folgenden Schritte ausführt:

- Übergabe der Funktion f und der Intervallgrenzen $a, b \in \mathbb{R}$
- Berechnung von $x_0 \in (a, b)$ und der Tangente g an den Graphen der Funktion im Punkt x_0 .
- Zeichnen der Funktion f und der Tangente g über dem Intervall $[a, b]$.
- Rückgabe von x_0 , der Tangente g und einem Plot pl .

Wenden Sie Ihre Prozedur auf $f(x) := x^2 - 3 \cdot x + 5$ und das Intervall $[1, 4]$ an.

Aufgabe 30:

Betrachten Sie die folgende Raumkurve

$$k : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto \begin{pmatrix} -10 \cos(t) - 2 \cos(5t) + 15 \sin(2t) \\ 15 \cos(2t) + 10 \sin(t) - 2 \sin(5t) \\ 10 \cos(3t) \end{pmatrix}.$$

Zeichnen Sie die Kurve und berechnen Sie ihre Bogenlänge, ohne das Paket `VectorCalculus` zu verwenden.

Aufgabe 31:

Wir betrachten das Katenoid

$$\varphi : [0, 2\pi] \times [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, (x_1, x_2) \mapsto (x_2, \cos(x_1) \cosh(x_2), \sin(x_1) \cosh(x_2)).$$

Berechnen Sie für die Matrix $G(x_1, x_2)$ mit Einträgen $g_{ij}(x_1, x_2) = \langle \frac{\partial}{\partial x_i} \varphi(x_1, x_2), \frac{\partial}{\partial x_j} \varphi(x_1, x_2) \rangle$ die Determinante $\det(G(x_1, x_2))$.

Aufgabe 32:

Sei $Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max(|x|, |y|) = 1\}$ ein Quadrat im \mathbb{R}^2 und für

$$A := \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}.$$

die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ gegeben. Zeichnen Sie das Bild von Q unter der Abbildung f , d.h. die Menge $f(Q) = \{f(x) : x \in Q\}$.

Aufgabe 33:

Verzieren Sie den Weihnachtsbaum aus der Vorlesung mit Kugeln, Sternen oder anderem Weihnachtsbaumschmuck.

Besprechung in den Übungen vom 17.-19. Dezember.