

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 6. Übungsblatt

Aufgabe 21:

- (a) Es sei $a := y^2$. Maple vereinfacht \sqrt{a} nicht zu y . Warum nicht?
Unter welcher Annahme ist für Maple a gleich y ?
- (b) Vereinfachen Sie den Ausdruck $\sin(\frac{1}{2} \cdot n \cdot \pi)$ unter der Annahme, dass n eine gerade bzw. eine ungerade Zahl ist.

Aufgabe 22:

Es sei die Matrix

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

gegeben.

- (a) Berechnen Sie $M \cdot M^T$ und $M^T \cdot M$ und bestimmen Sie deren Determinante.
- (b) Sei S diejenige Matrix, die aus $M \cdot M^T$ entsteht, wenn man die äußeren Zeilen und Spalten streicht, d.h. S ist der innere 2×2 Block von $M \cdot M^T$. Berechnen Sie $S^2 \cdot (M^T \cdot M)^{-1}$.
- (c) Sei $T := M \cdot M^T + D$, wobei D die Diagonalmatrix mit den Diagonalelementen $[0, 1 + 2t, 1 - 3t, 0]$ ist. Bestimmen Sie, für welche Werte von t die Determinante von T gleich Null ist.

Aufgabe 23:

Seien

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Untersuchen Sie mit Hilfe des Rangkriteriums, ob die Gleichungen $Ax = b$ und $Bx = b$ lösbar sind.
- (b) Stellen Sie die jeweils Zeilenstufenform her und lassen Sie die Lösung bestimmen. Überprüfen Sie das Ergebnis durch Einsetzen.

Aufgabe 24:

Sei $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ der Einheitskreis im \mathbb{R}^2 und

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Zudem sei die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) := A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ gegeben.

Zeichnen Sie das Bild von K unter der Abbildung f , d.h. die Menge $f(K) = \{f(x) : x \in K\}$.

Besprechung in den Übungen vom 3.-5. Dezember.