

Computergestützte Mathematik zur Analysis – 3. Übungsblatt

Aufgabe 9:

Zerlegen Sie mit Hilfe des Befehls `op` folgende Mapleausdrücke soweit wie möglich und testen Sie mit `whatttype` den Typ der erhaltenen Teile.

- (a) `[1, Pi, x+y]`
- (b) `{ x*y/z, u/v*w, (a+b)/(b*c) }`

Aufgabe 10:

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^7 - 56x^5 + 784x^3 - 2304x$.

- (a) Erstellen Sie zwei Listen: *Liste1* mit den Werten $f(k)$ für $k = -5, \dots, 2$ und *Liste2* mit den Werten $f(k)$ für $k = -1, \dots, 7$.
- (b) Wandeln Sie diese in zwei Mengen A und B um, und bestimmen Sie die Anzahl der Elemente von $A \cup B$. Informieren Sie sich dazu über den Befehl `union` in der Hilfe.

Aufgabe 11:

Die Legendre-Polynome $P_k, k \in \mathbb{N}_0$ auf dem Intervall $[-1, 1]$ werden rekursiv definiert als

$$P_0(x) = 1, P_1(x) = x,$$
$$(n + 1) \cdot P_{n+1}(x) = (2n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)$$

- (a) Berechnen Sie P_k für $0 \leq k \leq 10$.
- (b) Zeigen Sie, dass für $n, m \in \{0, 1, \dots, 10\}$ jeweils

$$\int_{-1}^1 P_n(x) \cdot P_m(x) dx = \begin{cases} \frac{2}{2n+1} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gilt.

- (c) Zeichnen Sie die ersten fünf Legendrepolynome.

Hinweis: Verwenden Sie `for`-Schleifen.

Aufgabe 12:

Die Folge $(f_j)_{j \in \mathbb{N}_0}$ der Fibonacci-Zahlen ist definiert durch

$$f_0 := f_1 := 1,$$

$$f_{j+1} := f_j + f_{j-1} \quad \text{für } j \geq 1.$$

- (a) Berechnen Sie mittels einer Schleife die Fibonacci-Zahlen f_j für $1 \leq j \leq 100$, ohne dass diese ausgegeben werden.
- (b) Erzeugen Sie dann eine Liste mit den Primzahlen p_9, \dots, p_{25} und lassen Sie die Fibonacci-Zahlen $f_{p_9}, \dots, f_{p_{25}}$ untereinander ausgeben.

Hinweis: siehe `?ithprime`