Mathematisches Institut
Prof. Dr. Achim Schädle
Dr. Thomas Davi
Georg Jansing

4. Dezember 2012

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Einführung in die Optimierung – 9. Übungsblatt

Aufgabe 32:

Sei $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch und positiv definit. Dann ist durch

$$\langle x, y \rangle_H := x^T H y \; \forall x, y \in \mathbb{R}^n$$

ein Skalarprodukt auf dem $\mathbb{R}^n$ definiert, welches die Norm

$$\|x\|_H = \sqrt{x^T H x} \; \forall x \in \mathbb{R}^n$$

induziert.

Sei eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und ein $x \in \mathbb{R}^n$ mit $\nabla f(x) \neq 0$ gegeben. Bestimmen Sie eine Lösung des Problems

$$\min_{d : \|d\|_H = 1} \nabla f(x)^T d$$

Warum ist damit Satz (2.1) der Vorlesung bewiesen?

Aufgabe 33:

a) Zeigen Sie: Für eine gegebene Funktion $f : [a^0, b^0] \to \mathbb{R}$ mit $b^0 - a^0 > \varepsilon(=\text{Fehlertoleranz}) > 0$ bricht das *Verfahren des goldenen Schnittes* (siehe Vorlesung) nach

$$\left\lceil \log_\tau \left(\frac{\varepsilon}{b^0 - a^0} \right) \right\rceil$$

Schritten ab, wobei $\tau = (\sqrt{5} - 1)/2$ gilt.

b) Implementieren Sie das *Verfahren des goldenen Schnittes*. Schreiben Sie weiterhin ein Skript, in dem Sie das Minimum der Funktion $f(x) = x^2 - 4x + 7$ auf dem Intervall $[1, 4]$ mittels des implementierten Verfahrens mit einer Genauigkeit von 10^{-8} bestimmen.

Abgabe der Programmierübung:

Schicken Sie den Matlab-Code zu jedem Skript und jeder Funktion, die Sie zur Lösung von Aufgabe 33 b) verwenden, bis zum 18. Dezember 2012, 8:30 Uhr, an `pa@opt.uni-duesseldorf.de` Im Betreff der E-Mail müssen ihr Name und ihre Matrikelnummer stehen.

Abgabe am Dienstag, den 18. Dezember, in der Vorlesung