

Einführung in die Optimierung – 4. Übungsblatt

Aufgabe 16:

Lösen Sie das folgende Problem mit Hilfe des Simplextableaus (Phase I und II):

$$\begin{array}{rcll} \min & -x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & & \\ \text{s.d.} & 2x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ & -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & -1 \\ & 3x_1 & - & 5x_2 & & & = & 4 \\ & & & & & & & x \geq 0 \end{array}$$

Aufgabe 17:

Für die Daten $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ und $c \in \mathbb{R}^n$ sei

$$(P) \quad \begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

das primale lineare Programm und

$$(D) \quad \begin{array}{ll} \max & b^T y \\ & A^T y \leq c \\ & y \geq 0 \end{array}$$

das dazugehörige duale lineare Programm. Zeigen Sie: Das duale Programm zum [als Minimierungsproblem formulierten] Programm (D) ist äquivalent zum primalen Programm (P).

Aufgabe 18:

Betrachten Sie erneut das primale lineare Programm (P) und das zugehörige duale Programm (D) aus Aufgabe 17. Wir setzen

$$\inf(P) = \begin{cases} +\infty, & \text{falls (P) keinen zulässigen Punkt besitzt,} \\ \in \mathbb{R}, & \text{falls (P) eine Optimallösung besitzt,} \\ -\infty, & \text{falls (P) unbeschränkt ist,} \end{cases}$$

und analog

$$\sup(D) = \begin{cases} -\infty, & \text{falls (D) keinen zulässigen Punkt besitzt,} \\ \in \mathbb{R}, & \text{falls (D) eine Optimallösung besitzt,} \\ +\infty, & \text{falls (D) unbeschränkt ist.} \end{cases}$$

Füllen Sie die Felder der folgenden Tabelle aus:

	$\inf(P) = -\infty$	$\inf(P) \in \mathbb{R}$	$\inf(P) = +\infty$
$\sup(D) = -\infty$			
$\sup(D) \in \mathbb{R}$			
$\sup(D) = +\infty$			

Tragen Sie hierbei *ja* ein, falls dieser Fall für das Tupel $(\inf(P), \sup(D))$ eintreten kann, und *nein*, falls dieser Fall nicht eintreten kann. Begründen Sie ihre Entscheidung jeweils durch ein Beispiel, oder eine Ihnen bekannte Aussage aus der Dualitätstheorie linearer Programme.

Aufgabe 19:

In Matlab gibt es zur Lösung linearer Programme die Funktion `linprog`. Wenn Sie am Matlabprompt `help linprog` eingeben, können Sie sich die Dokumentation ansehen. Mit `doc linprog` erhalten Sie eine ausführlichere Beschreibung von `linprog`, die auch ein konkretes Beispiel enthält.

- Schreiben Sie ein Matlabskript, das das lineare Programm aus Aufgabe 9(a) mittels `linprog` löst.
- Wie ändern sich bei der Obstdiät (Aufgabe 9(a)) die Kosten, wenn Sie in ihrem Matlabskript
 - den Mindestbedarf an Vitamin A um $1 \mu\text{g}$ auf $191 \mu\text{g}$ erhöhen?
 - den Mindestbedarf an Vitamin C um $1 \mu\text{g}$ auf $141 \mu\text{g}$ erhöhen?
 - den Mindestbedarf an Eisen um 1mg auf 61mg erhöhen?
- Schreiben Sie ein Matlabskript, das das lineare Programm aus Aufgabe 9(b) mit `linprog` löst.

Abgabe der Programmierübung:

Schicken Sie den Matlab-Code zu jedem Skript und jeder Funktion, die Sie zur Lösung von Aufgabe 19 verwenden, bis zum 13. November 2012, 8:30 Uhr, an `pa@opt.uni-duesseldorf.de`
Im Betreff der E-Mail müssen ihr Name und ihre Matrikelnummer stehen.

Abgabe am Dienstag, den 13. November, in der Vorlesung