

Name: _____

Vorname: _____

MNr: _____

Einführung in die Optimierung – 13. Übungsblatt

Aufgabe 44:

Bestimmen Sie für ein gegebenes $\delta > 0$ die Lösung(en) des Problems

$$\min \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T s + s^T \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} s : \|s\|_2 \leq \delta \right\}.$$

Aufgabe 45:

Lösen Sie das folgende gemischt-ganzzahlige Problem grafisch:

$$\begin{aligned} \min \quad & -3x_1 + x_2 \\ \text{s.d.} \quad & -x_1 + 3x_2 \geq -4 \\ & 5x_1 + x_2 \leq 30 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

[Probeklausur Teil 1]

Die folgenden Aufgaben sollen als (zusätzliche) Klausurvorbereitung dienen. Sie werden wie normale Übungsaufgaben gewertet.

Probeklausur Aufgabe 1:

Lösen Sie mit der Zwei-Phasen-Simplexmethode in Tableauform das folgende lineare Programm:

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s.d.} \quad & x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Probeklausur Aufgabe 2:

Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T Ax + b^T x + \gamma$$

mit $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär (nicht notwendig symmetrisch), $b \in \mathbb{R}^n$ und $\gamma \in \mathbb{R}$.

- a) Berechnen Sie $\nabla f(x)$ für $x \in \mathbb{R}^n$.
- b) Sie nun A symmetrisch. Berechnen Sie den stationären Punkt x^* von f .
- c) Unter den Voraussetzungen von b) zeige man, dass das *Newton-Verfahren* (mit Schrittweite 1) angewendet auf f für jeden Startpunkt $x^0 \in \mathbb{R}^n \setminus \{x^*\}$ nach genau einer Iteration x^* liefert.

Probeklausur Aufgabe 3:

- (a) Gegeben Sei eine konvexe Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass $x^* \in \mathbb{R}$ genau dann ein lokales Minimum von f ist, wenn x^* ein globales Minimum von f ist.
- (b) Bestimmen Sie die lokalen und die globalen Maxima der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2.$$

Abgabe am Dienstag, den 22. Januar, in der Vorlesung