Mathematisches Institut
Prof. Dr. Achim Schädle
Dr. Thomas Davi
Georg Jansing

11. Dezember 2012

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Einführung in die Optimierung – 10. Übungsblatt

Aufgabe 34:

(a) Die *Rosenbrock Funktion* ist gegeben durch

$$r(x) := 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Berechnen Sie alle stationären Punkte von r und prüfen Sie, ob diese Punkte Extremstellen sind.

(b) Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = (x_1^2 - x_2)(x_1^2 - 4x_2)$$

definiert. Sei $x^* := (0, 0)^T$.

i) Zeigen Sie, dass x^* der einzige stationäre Punkt von f ist.

ii) Beweisen Sie, dass f längs jeder Ursprungsgeraden $t \mapsto tv$ ($v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$) in x^* ein striktes lokales Minimum besitzt.

iii) Prüfen Sie, ob x^* ein lokales Minimum von f ist.

Aufgabe 35:

Auf dem Intervall $[-1, 1]$ sei die Funktion T_k definiert durch

$$T_k(t) = \cos(k \arccos(t))$$

(a) Zeigen Sie, dass $T_0(t) = 1$, $T_1(t) = t$ und allgemein $T_k(t) = 2tT_{k-1}(t) - T_{k-2}(t)$ gilt.

(b) Zeigen Sie, dass $T_k(t)$ ein Polynom vom Grad k ist.

(c) Bestimmen Sie die Nullstellen, Minima und Maxima von $T_k(t)$ im Intervall $[-1, 1]$.

(d) Beweisen Sie folgende Darstellungsformel: $T_k(t) = \frac{1}{2}\left((t + \sqrt{t^2 - 1})^k + (t + \sqrt{t^2 - 1})^{-k}\right)$

<u>Bemerkung:</u> Für $z = |z|e^{i\vartheta} \in \mathbb{C}$ mit $\vartheta \in [0, 2\pi)$ (Polarform) sei $\sqrt{z} = \sqrt{|z|}e^{i\frac{\vartheta}{2}}$.

Abgabe am Dienstag, den 18. Dezember, in der Vorlesung