

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 13. Übungsblatt

Aufgabe 42:

Beweisen Sie Lemma 2 aus Abschnitt (5.12) der Vorlesung: Für die Stabilitätsfunktion gilt

$$R(z) = \frac{\det(I - z\mathcal{O} + zeb^T)}{\det(I - z\mathcal{O})}.$$

Aufgabe 43:

Zeigen Sie, dass ein implizites Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung $p \geq s$ mit paarweise verschiedenen Knoten c_i genau dann ein Kollokationsverfahren ist, wenn

$$\sum_{j=1}^s b_j c_j^{q-1} = \frac{1}{q} \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^s a_{ij} c_j^{q-1} = \frac{c_i^q}{q} \quad \text{für } i, q = 1, \dots, s \text{ gilt.}$$

Aufgabe 44:

Überprüfen Sie, ob das Runge-Kutta-Verfahren aus Aufgabe 40 A -stabil ist.

Aufgabe 45:

- (a) Interpretieren Sie die implizite Mittelpunktsregel und das explizite Euler-Verfahren als Kollokationsverfahren.
- (b) Ist die Trapezregel

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2} (f(t_0, y_0) + f(t_1, y_1))$$

ein Kollokationsverfahren?