

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 4. Übungsblatt

Aufgabe 10:

Schreiben Sie eine Funktion `DreiachtelRegel(f, tspan, yinit, N)` (in PYTHON oder MATLAB), welche die 3/8-Regel zur Lösung von

$$\dot{y} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

implementiert. Hierbei ist `f` die Funktion $f(t, y)$, `tspan`=[t_0, t_N], `yinit` = y_0 und `N` die Anzahl der Schritte.

Testen Sie Ihre Funktion an

$$f(y) = \lambda y, \quad y(0) = 1, \quad t_N = 2, \quad N = 20, \quad \text{jeweils für } \lambda = -1, 0, 1, 2.$$

Plotten Sie hierzu die Lösungen zu t_0, t_1, \dots, t_N zusammen mit den Lösungen des *expliziten Eulers* und mit den exakten Lösungen. Den Quelltext des *expliziten Eulers* finden Sie zur Inspiration auf der Vorlesungsseite.

Aufgabe 11:

Geben Sie das Butcher Tableau zum Verfahren von Heun an. Ein Schritt des Verfahrens ist durch

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{4} \left(f(t_0, y_0) + 3f\left(t_0 + \frac{2}{3}h, y_0 + \frac{2}{3}hf\left(t_0 + \frac{h}{3}, y_0 + \frac{h}{3}f(t_0, y_0)\right)\right) \right)$$

gegeben.

Aufgabe 12:

Zeigen Sie, dass ein explizites Runge-Kutta-Verfahren konsistent ist, falls $\sum_{i=1}^s b_i = 1$ gilt.