

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 9. Übungsblatt

Aufgabe 33:

Zeigen Sie, dass die Zweischrittverfahren aus Aufgabe 30

- (a) 0-stabil sind, genau dann, wenn $\alpha \geq 1/2$
- (b) A-stabil sind, genau dann, wenn $\alpha \geq 1/2$ und $\beta > \alpha/2$.

Hinweis zu (b): Es ist

$$\frac{\sigma(\zeta)}{\rho(\zeta)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1} + \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \frac{\zeta - 1}{\alpha(\zeta - 1) + 1}.$$

Aufgabe 34:

Ist für ein irreduzibles Mehrschrittverfahren $\sigma(\zeta) = 0$ für ein ζ mit $|\zeta| > 1$, so ist $\mathcal{S}$ beschränkt.

Aufgabe 35:

Bestimmen Sie den Stabilitätsbereich der Trapezregel

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f_{n+1} + f_n)$$

und skizzieren Sie ihn in der komplexen Ebene.

Aufgabe 36:

Gegeben sei die explizite Mittelpunktsregel

$$y_{n+1} = y_{n-1} + 2hf_n.$$

- (a) Bestimmen Sie den Stabilitätsbereich der expliziten Mittelpunktsregel.
- (b) Liegen die Randpunkte $\pm i$ des Stabilitätsgebiets in $\mathcal{S}$?
- (c) Untersuchen Sie die Stabilität des Verfahrens angewandt mit $h = 1$ auf das Differentialgleichungssystem $u' = v$, $v' = -u$.