

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 4. Übungsblatt

Aufgabe 13:

Schreiben Sie

$$\ddot{z} + z = 0, \quad \dot{z}(0) = 1, \quad z(0) = 1$$

in die Form

$$\dot{y} = Ay, \quad y(0) = y_0$$

um. Berechnen Sie die exakte Lösung für $t = 1$ und vergleichen Sie diese mit der Lösung durch das Runge Verfahren mit Schrittweite $h = 1/2$.

Aufgabe 14:

Schreiben Sie alle Ordnungsbedingungen für Runge-Kutta-Verfahren bis zur Ordnung 5 auf, indem Sie die Tabelle aus der Vorlesung ergänzen.

Aufgabe 15:

Konstruieren Sie alle Runge-Kutta-Verfahren maximaler Ordnung mit einem Tableaux der Form

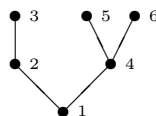
0			
c_2	c_2		
c_3	0	c_3	
	0	0	b_3

Aufgabe 16:

Überlegen Sie sich, dass es für jeden Baum $\tau \in \mathcal{T}$ ein System von Differentialgleichungen $y' = f(y)$ mit Anfangswert $y_0 = 0$ gibt, so dass für die erste Komponente F^1 des elementaren Differentials gilt:

$$F^1(\tau)(y_0) \neq 0 \quad F^1(\tilde{\tau})(y_0) = 0 \quad \text{für alle } \tilde{\tau} \in \mathcal{T}, \tilde{\tau} \neq \tau$$

Hinweis: Zu dem Baum



gehört das System

$$(y^1)' = y^2 y^4, \quad (y^2)' = y^3, \quad (y^3)' = 1, \quad (y^4)' = y^5 y^6, \quad (y^5)' = 1, \quad (y^6)' = 1.$$