

## Spektralmethoden – 7. Übungsblatt

### Aufgabe 25:

Die Tschebyscheff Ableitungsmatrix für die drei Tschebyscheffknoten  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 0$  und  $x_2 = -1$  ist

$$D_2 = \begin{pmatrix} 3/2 & -2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 2 & -3/2 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass wenn man  $f(x) = \exp(-x^2)$  in den drei Tschebyscheffknoten interpoliert und darauf  $D_2$  anwendet exakt die Ableitung  $f(x)'$  an den drei Tschebyscheffknoten herauskommt.

### Aufgabe 26:

Ersetzen Sie in p11.m <http://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/p11.m> die Funktion  $\exp(x) \sin(6x)$  durch zwei weniger glatte Funktionen.

### Aufgabe 27:

Für paarweise verschiedene  $x_0, x_1, \dots, x_N \in \mathbb{R}$ , sei

$$l_j(x) = \frac{1}{a_j} \prod_{k=0, k \neq j}^N (x - x_k) ; \quad a_j = \prod_{k=0, k \neq j}^N (x_j - x_k)$$

Zeigen Sie, dass für die Ableitung gilt

$$l_j(x)' = l_j(x) \sum_{k=0, k \neq j}^N (x - x_k)^{-1}$$

Hinweis: Mit dem Logarithmus können Sie Produkte in Summen “umwandeln”.