

Spektralmethoden – 5. Übungsblatt

Aufgabe 17:

Das Matlabprogramm <http://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/p7.m> berechnet für periodische Funktionen die spektralen Ableitungen.

Interpretieren Sie die Ergebnisse soweit möglich.

Aufgabe 18:

Betrachten Sie die Aufgabe, auf einem äquidistanten Gitter ($x_j = j\frac{\pi}{n}$, $j = 1, \dots, n$) gegebene Funktionswerte y_j , $j = 1, \dots, n$, in einem Punkt $x \in [0, \pi]$ zu interpolieren. Dazu soll das trigonometrische Interpolationspolynom verwendet werden. Wie groß ist die Kondition dieses Problems?

Aufgabe 19:

Zeigen Sie, dass die Ableitung der Tschebyscheffpolynome in den $n + 1$ Tschebyscheffknoten $x_j = \cos j\pi/n$, $j = 0, \dots, n$,

$$\begin{aligned} T'_{n+1}(x_j) - T'_{n-1}(x_j) &= 2n(-1)^j \text{ für } 1 \leq j \leq n-1 \\ T'_{n+1}(x_0) - T'_{n-1}(x_0) &= 4n \\ T'_{n+1}(x_n) - T'_{n-1}(x_n) &= 4n(-1)^n \end{aligned}$$

erfüllen.

Aufgabe 20:

Zeigen Sie, dass für die Tschebyscheffpolynome gilt:

$$T_n(x) = \frac{1}{2} \left((x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n \right)$$

Aufgabe 21:

Lösen Sie Aufgabe 19 von <http://www.am.uni-duesseldorf.de/~ruprecht/Lehre/numerikI/pdf/ueb7.pdf>.

Achtung: Hier wird nicht die relative Kondition, wie in der Vorlesung, sondern die absolute Kondition untersucht.

Besprechung in den Übungen am Mittwoch, den 20. Juni 2012