



## Spektralmethoden – 5. Übungsblatt

### Aufgabe 17:

Das Matlabprogramm <http://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/p7.m> berechnet für periodische Funktionen die spektralen Ableitungen.

Interpretieren Sie die Ergebnisse soweit möglich.

### Aufgabe 18:

Betrachten Sie die Aufgabe, auf einem äquidistanten Gitter ( $x_j = j\frac{\pi}{n}$ ,  $j = 1, \dots, n$ ) gegebene Funktionswerte  $y_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , in einem Punkt  $x \in [0, \pi]$  zu interpolieren. Dazu soll das trigonometrische Interpolationspolynom verwendet werden. Wie groß ist die Kondition dieses Problems?

### Aufgabe 19:

Zeigen Sie, dass die Ableitung der Tschebyscheffpolynome in den  $n + 1$  Tschebyscheffknoten  $x_j = \cos j\pi/n$ ,  $j = 0, \dots, n$ ,

$$\begin{aligned} T'_{n+1}(x_j) - T'_{n-1}(x_j) &= 2n(-1)^j \text{ für } 1 \leq j \leq n-1 \\ T'_{n+1}(x_0) - T'_{n-1}(x_0) &= 4n \\ T'_{n+1}(x_n) - T'_{n-1}(x_n) &= 4n(-1)^n \end{aligned}$$

erfüllen.

### Aufgabe 20:

Zeigen Sie, dass für die Tschebyscheffpolynome gilt:

$$T_n(x) = \frac{1}{2} \left( (x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n \right)$$

### Aufgabe 21:

Lösen Sie Aufgabe 19 von <http://www.am.uni-duesseldorf.de/~ruprecht/Lehre/numerikI/pdf/ueb7.pdf>.

Achtung: Hier wird nicht die relative Kondition, wie in der Vorlesung, sondern die absolute Kondition untersucht.