

## Operatorentheorie für Numerische Analysis – 9. Übungsblatt

### Aufgabe 26:

Sei  $X$  ein Banachraum,  $T \in \mathcal{L}(X)$  und  $(T_n)_n \subseteq \mathcal{L}(X)$  eine in der Operatornorm beschränkte Folge. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (a) Für jedes  $x \in X$  gilt  $T_n x \rightarrow Tx$ ,
- (b) Es gibt eine dichte Teilmenge  $D \subseteq X$ , so dass jedes  $x \in D$  gilt  $T_n x \rightarrow Tx$ ,
- (c) Auf jeder kompakten Teilmenge  $K \subseteq X$  gilt  $T_n x \rightarrow Tx$  gleichmäßig für alle  $x \in K$ ,

wobei die Konvergenz immer in der Norm von  $X$  zu verstehen ist.

### Aufgabe 27:

Sei  $X = L^2(\mathbb{R})$  und der Operator  $(A, D(A))$  gegeben durch

$$Af = f', \quad D(A) = C_c^1(\mathbb{R}) = \{ f \in C^1(\mathbb{R}) \mid f \text{ hat kompakten Träger} \}.$$

Zeigen Sie, dass  $A$  und  $-A$  beide dissipativ sind.