

Operatorentheorie für Numerische Analysis – 9. Übungsblatt

Aufgabe 26:

Sei X ein Banachraum, $T \in \mathcal{L}(X)$ und $(T_n)_n \subseteq \mathcal{L}(X)$ eine in der Operatornorm beschränkte Folge. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (a) Für jedes $x \in X$ gilt $T_n x \rightarrow Tx$,
- (b) Es gibt eine dichte Teilmenge $D \subseteq X$, so dass jedes $x \in D$ gilt $T_n x \rightarrow Tx$,
- (c) Auf jeder kompakten Teilmenge $K \subseteq X$ gilt $T_n x \rightarrow Tx$ gleichmäßig für alle $x \in K$,

wobei die Konvergenz immer in der Norm von X zu verstehen ist.

Aufgabe 27:

Sei $X = L^2(\mathbb{R})$ und der Operator $(A, D(A))$ gegeben durch

$$Af = f', \quad D(A) = C_c^1(\mathbb{R}) = \{ f \in C^1(\mathbb{R}) \mid f \text{ hat kompakten Träger} \}.$$

Zeigen Sie, dass A und $-A$ beide dissipativ sind.